

“奇形怪状”的原子核*

赵鹏巍[†]

(北京大学 物理学院 北京 100871)

2019-08-30收到

[†] email: pwzhao@pku.edu.cn

DOI: 10.7693/wl20191201

Exotic shapes of atomic nuclei

ZHAO Peng-Wei[†]

(School of Physics, Peking University, Beijing 10087, China)

摘要 随着世界范围内新一代稀有同位素大科学装置的建造与升级, 一个光怪陆离的原子核世界被逐渐打开。这不仅深化了人们对物质结构的认识, 而且促进了强关联量子多体理论的发展。有趣的是, 对于费米尺度的量子多体系统, 一个看似“宏观”的概念——形状, 可以帮助人们很好地理解体系的结构与性质。文章从强相互作用量子多体系统的对称性及其破缺机制出发, 介绍了原子核可呈现的各种奇特形状, 讨论了相关的物理图像和最新研究进展。

关键词 量子多体问题, 形变, 对称性及其破缺

Abstract The development of worldwide rare isotope facilities is opening a fantastic scene for the nuclei of atoms. This not only deepens our understanding of the structure of matter, but also promotes the development of the theories for quantum many-body systems with strong correlations. It is interesting that a seemingly “macro” concept, shape, is very helpful for us to understand the structure and properties of Fermi-scale quantum many-body systems. This paper introduces the symmetry and breaking mechanism of a quantum many-body system with strong interactions, illustrates various nuclear exotic shapes, and discusses the relevant physical pictures and the latest research progress.

Keywords Quantum many-body problem, deformation, symmetry and its breaking

形状是人们认识宏观物体最直观的角度之一, 幼儿园小朋友的启蒙教育就包括认识各种物体的几何形状。更宏观一些, 古人早期也曾对我们生存的世界有过“天圆地方”的朴素认识。那么对于微观世界如何呢? 人们对微观世界的认识主要基于“物质是由原子组成的”这一事实。多数人都熟悉原子的一般结构: 原子由若干电子和一个致密的带电核心——原子核组成, 电子围绕原子核运动, 原子核的质量占整个原子质量的

99.9%以上, 而其空间尺度却不及原子的万分之一。元素周期表中元素的位置由原子核中带正电的质子数(原子序数)定义, 它等于核外带负电的电子数。不同数量的质子(亦即不同数量的电子)意味着不同的元素。然而, 对于给定元素, 根据原子核中不同的中子数, 又可以形成不同的同位素。虽然自卢瑟福通过阿尔法散射实验发现原子核至今已有一百多年, 但是我们对这一处于原子内部致密核心的许多深微奥秘还知之甚少。不过有趣的是, 对于这样一个微观体系, “形状”仍是人们研究和理解其结构与性质的一个重要概念。

* 国家重点研发计划(批准号: 2017YFE0116700), 国家自然科学基金(批准号: 11975031、11935003) 等项目资助

原子的各种物理化学性质主要取决于围绕其核心运动的电子云。在原子中，核心所带电荷产生的静电场是各向同性的，因此，处于这一外部静电场中的电子云也总是球形的。然而，原子核的结构却非常不同。原子核由一定数目的中子和质子(统称核子)组成，主要由核子之间的强相互作用结合在一起，从而形成一个自束缚体系。因此，原子核不具有非常明确的所谓“中心”，其形状很可能偏离球对称性(图1)。事实上，绝大多数原子核在偏离球形呈现出轴对称的“橄榄球”形状时，会获得额外的能量，从而使体系束缚得更加紧密。

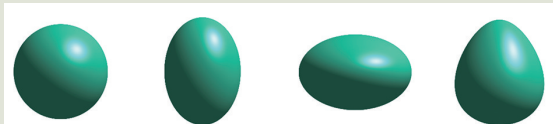


图1 原子核可以呈现出许多形状，例如从左至右分别为球形、轴对称长椭球、轴对称扁椭球、梨形

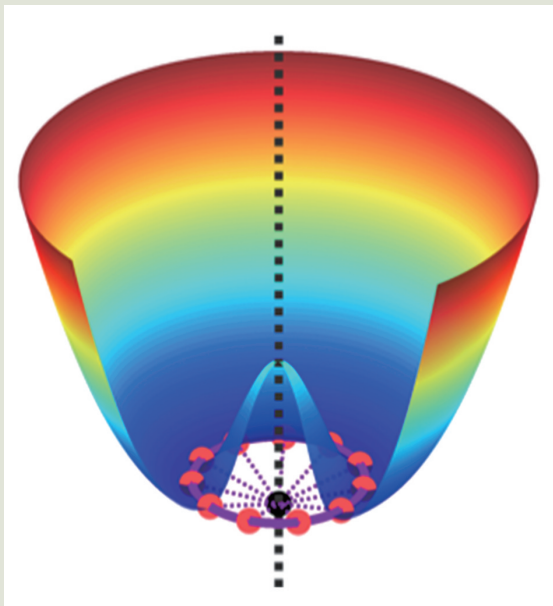


图2 核多体系统的自发对称性破缺及其恢复机制示意图。红点均代表转动对称性破缺的内禀态，它们能量相同，都是位能曲面上的最低点。实验室系下转动对称性的恢复可以通过不同内禀态之间的量子叠加实现，即得到黑点，其能量一般略小于内禀态的能量

1 原子核形变的提出及其物理意义

从微观的角度看，原子核是一个由核子组成的量子多体系统，服从量子力学的规律。根据量子力学的基本原理，原子核的性质可由一个基于核子自由度的多体哈密顿量描述。由于核子之间的相互作用不依赖于坐标轴的取向，即具有转动不变性，不难想象，原子核的多体哈密顿量也应具有转动不变性。由此，一个自然的结论便是原子核应该具有球对称性。

事实上，虽然原子核不具有非常明确的所谓“中心”，但 Jensen 与 Goepfert Mayer 几乎同时建立了具有强自旋轨道耦合的单粒子壳模型，他们发现球对称平均势场中的独立粒子运动可以很好地描述一些原子核的实验现象¹⁾。但是，对于更多其它的原子核，则需要引入明显偏离球对称性的平均场来描述。这种“形变”的引入得到了许多实验现象的支持，如原子核电四极矩²⁾的实验值远大于球对称势场中单个奇质子贡献的估值、原子核低能量激发态具有简单的规律性，即激发能量随着量子化角动量 I 的变化与 $I(I+1)$ 近似成正比³⁾等等。

由于系统的对称性本质上和基本相互作用有关，而这些实验证据表明原子核并没有人们原来预料的那么对称，这引起了物理学家的广泛兴趣，因为这将有助于人们更加深入地了解原子核的结构。由此，从实验现象出发，在唯象学上人们注意到需要引入“形变”这一概念来描述原子核。然而，正如前面所提到的，描述原子核的多体哈密顿量应该是一个转动不变的哈密顿量，这不是与“形变”的概念矛盾了吗？如何将转动不变的多体哈密顿量与破坏转动不变的形变平均势场联系起来呢？这就需要量子多体理论中至关重要的自发对称性破缺机制^[1]。根据这一机制(图2)，虽然描述原子核的多体哈密顿量是转动不变

1) 由于这项工作，Jensen 与 Goepfert Mayer 获得了1963年诺贝尔奖。

2) 电四极矩是核子密度分布偏离球对称性的量度。

3) 这与分子的转动能类似，预示着原子核具有形变，因为形变是量子系统集体转动的先决条件。

的，但是这并不能排除体系能量最低的独立粒子运动状态对应一个非球对称平均势场以及非球对称核子密度分布的可能性。需要指出的是，这里的非球对称核子密度分布应该被解释为内禀密度，相应的独立粒子运动状态为内禀态。这个内禀态通过引入“形变”这样一个半经典的概念，很好地考虑了原子核中复杂多体量子关联中最重要的成分。剩余的关联通常可以忽略，因为其对体系总能量贡献相对较小，但是如有必要，仍然可以通过考虑不同内禀态之间的量子叠加来得到。

因此，原子核的形变本质上是核子之间复杂多体关联的一种简单呈现方式。原子核的形变可以通过将其表面分布用球谐函数 Y_{lm} 展开的方式来描述。例如： Y_{20} 项代表轴对称的四极形变； Y_{22} 项是非轴对称的四极形变，即三轴形变； Y_{30} 项代表轴对称八极形变； Y_{32} 项则是非轴对称八极形变，即正四面体形变。形变的大小由相应展开项前面的系数决定。必须强调，由于形变是定义在内禀态上的一个概念(即内禀形变)，所以它并不是一个直接可观测量，其大小可通过测量电四极矩、电四极量子跃迁强度等观测量来间接确定。

实验结果表明，大多数原子核具有轴对称的四极形变，且其长轴与短轴之比约为 1.3:1。然而，理论预言表明，在某些情况下，核子之间的量子多体关联会使系统偏向于呈现出一些奇特的形状，例如梨形、香蕉形、金字塔形等。尽管很多奇特形状目前尚未被实验证实，但这些奇特形状的核态反映了核多体量子关联的性质和特征，提供了研究这些复杂量子关联的绝佳场所。

另一方面，形变的发生是量子系统集体转动的先决条件，因为没有形变，我们无法定义一个量子体系的特定取向。以分子系统为例，所有分子都具有一定形变，因为它们是由少量原子构成的，这不可避免地破坏了系统的转动对称性。形变和转动的紧密联系不仅对原子核结构的理解至关重要，而且与目前各种人造有限量子系统的研究热点相关，如原子团簇、量子点和冷原子气体等。

2 原子核的三轴形变

原子核的三轴形变是指原子核的内禀形状表现为一个非轴对称椭球(图3)，其中，三个惯性主轴的长度各不相同，于是可以定义长(l)、中(m)、短(s)三个惯性主轴方向。这种形状比常见的轴对称形状对称性更低，由理论家在 20 世纪 60 年代首先预言，但实验上缺乏证明原子核稳定三轴形变的直接证据。因此，三轴形变原子核态是否存在的问题成为了一个人们争论的焦点。

1997 年，Frauendorf 和北京大学孟杰教授在研究非轴对称原子核时发现，三轴形变的奇奇核(质子数和中子数都是奇数的原子核)可能具有手征性^[2]。他们提出，对于原子核手征性的实验观测将给原子核稳定三轴形变提供一个强有力的证据，也使手征性成为原子核的一个新的性质。

就像原子中的电子一样，原子核中的核子也倾向于两两配对，并形成壳层结构。但是，在奇奇核中将剩余一个质子(奇质子)和一个中子(奇中子)，它们不能成对。于是，奇质子和奇中子将分别在由其余核子构成的“核芯”外运动。在轴对称原子核中，奇质子、奇中子与“核芯”通常绕着共同的旋转轴(即垂直于对称轴的惯性主轴)旋转，这时体系高度对称，就像一个垂直定向的陀螺。但是，对于具有恰当质子数和中子数的三轴形变核，奇质子和奇中子可以分别绕最短的和最长的主轴旋转，而“核芯”绕第三个主轴，即中等长度的主轴旋转。在这种情况下，三种转动可

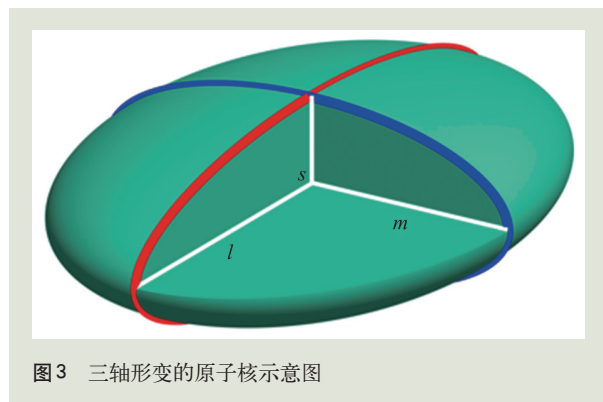


图3 三轴形变的原子核示意图

以有两种合成方式，对应原子核的左手性和右手性：若奇质子和奇中子旋转方向保持不变，“核芯”顺时针方向旋转和逆时针方向旋转对应的状态不同，即三轴形变核具有手征性。

2001年，来自美国和德国的研究人员通过测量原子核发出的伽马射线的能量和方向，确定了每个转动态的能量^[3]。他们发现多对能量非常接近的具有相同角动量的转动激发态，这与之前理论预言的“手征双重带”非常吻合。这些实验结果提供了原子核可以呈现稳定非轴对称椭球形状的直接证据。

关于原子核稳定非轴对称形变的另一个直接证据是摇摆运动。在经典力学中，对于一个非轴对称转子，如果体系的角动量沿着最大或最小转动惯量的转轴方向，则体系的转动是稳定的，即当转轴稍稍偏离惯量主轴时，偏离不会越来越大，而是会绕相应的惯量主轴做进动，亦可表示为小振幅简谐振动⁴⁾。相应地，在量子力学中，当角动量很大时，能量最低或最高的能级也会呈现简明的结构，不过由于量子效应，这一结构会与经典体系有所不同。在Bohr和Mottelson的经典著作中^[4]，他们详细推导了非轴对称原子核的转动能级结构。结果表明，在大角动量时，与经典情况类似，非轴对称原子核沿着具有最大或最小转动惯量的转轴转动时，也会出现转轴偏离惯量主轴且做进动的情况，且在小振幅近似下，进动

能量具有简谐振动的特征。不过需要指出，在量子体系中，简谐振动的能量是分立的，Bohr和Mottelson将之称为摇摆运动(wobbling motion)。

目前，实验上还没有在偶偶核(质子数和中子数均为偶数的原子核)中找到确定的摇摆运动存在的证据。在已有的实验发现中，Bohr和Mottelson所预言的摇摆运动多与某些价核子的运动相互耦合，从而或多或少地偏离理想摇摆运动的特征。因此，在原子核这一多体体系中，价核子运动如何影响“核芯”的摇摆运动是目前原子核物理研究的一个前沿热点^[5]。此外，鉴于寻找理想的摇摆运动模式对人们研究原子核非轴对称形状的重要意义，在偶偶核中对原子核的摇摆运动进行理论探索和实验验证也一直是物理学家关注的重要课题。

3 原子核的八极形变

作为一个多体量子系统，原子核的形状由其核子数量和它们之间的相互作用决定。例如，质子和中子壳完全占满的原子核⁵⁾的基态是球形的。如果将这种组态激发，或者添加更多的核子，则价核子之间的长程关联会使形状偏离球形。在大多数情况下，原子核仍会具有反射对称性。但当质子数和中子数满足某些组合时，理论预言表明原子核的形状可以呈现八极形变，这对应着反射不对称的“梨形”。

八极形变核态不仅在原子核物理研究中有重要意义，而且对研究原子的内禀电偶极矩⁶⁾(EDM)至关重要。如图4所示，非零的电偶极矩意味着存在由超越标准模型导致的时间反演破缺(或等效地说，电荷宇称破缺)。因此，电偶极矩的精确数值可对众多超越标准模型的理论方案提供重要的约束。对于处于基态的中性原子，Schiff矩(半径平方加权的电偶极分布)是最低阶的可观测核矩，而具有奇数核子数的八极形变核，由于存在较大

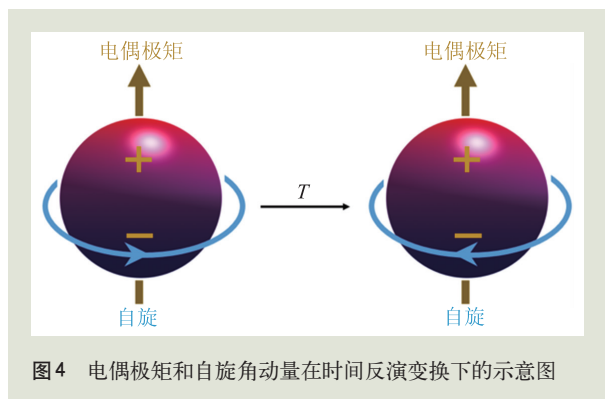


图4 电偶极矩和自旋角动量在时间反演变换下的示意图

4) 根据刚体转动的欧拉动力学方程不难证明：当非轴对称转子的转轴沿转动惯量具有中间值的惯量主轴时，转动是不稳定的。

5) 当质子数和中子数为幻数即2、8、20、28、50、126时，对应满壳的情况，因此也称为“双幻核”。

6) 电偶极矩衡量正电荷分布与负电荷分布的分离程度，即带电系统的整体极性。

的八极集体关联，其核 Schiff 矩可以被显著增强。由于破坏电荷宇称对称性的核 Schiff 矩会给原子的电偶极矩带来贡献，因此，与普通原子核的 EDM 相比，具有梨形原子核的原子 EDM 测量是探究电荷宇称破缺程度更加灵敏的探针^[6]。

当费米面⁷⁾附近的核子占据宇称相反、轨道角动量和总角动量相差 $3\hbar$ 的单粒子能级时，原子核中可能存在较强的八极关联，从而导致梨形形状的出现。当质子数 Z 约为 34、56 和 88 以及中子数 N 约为 34、56、88 和 134 时，这一条件可得到满足。关于反射不对称梨形原子核存在的最强证据出现在质子数约为 88 和中子数约为 134 附近，相关的实验证据包括正负宇称交错的转动带、正负宇称伙伴带，以及电偶极跃迁增强等现象。最近，通过电八极跃迁的实验测量，人们在原子核 ^{224}Ra 、 ^{144}Ba 、 ^{146}Ba 中给出了稳定八极形变存在的直接实验证据^[7-9]。

值得一提的是，八极形变与三轴形变是可能同时出现并发挥重要作用的，例如，在研究原子核的裂变位垒时，理论计算表明三轴形变与八极形变均对裂变位垒有很大的影响^[10]。此外，以山东大学和北京大学为主导的国际合作组在 ^{78}Br 中观测到多重手征带之间可能存在八极关联^[11]，这项研究成果入选了教育部评选的 2016 年度“中国高等学校十大科技进展”。此外，寻找非轴对称八极形变，即正四面体形变候选核，也是今后理论和实验研究的重要方向之一，相关课题进展可参见陈永寿先生 2015 年在《物理》杂志发表的专题介绍^[12]。

4 原子核的棒形变与环形变

某些极端条件下的原子核态(如高激发能、高角动量等)可能呈现出非常奇特的形状，如棒形变、环形变等(图 5)。事实上，早在 60 多年前，人们就从理论上提出了原子核中存在棒形变(链式结团)与环形变的可能性，随后，探索这些奇特形状的结构与衰变性质成为原子核物理领域的重要

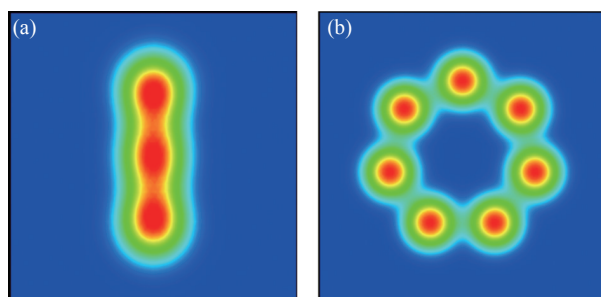


图 5 原子核棒形变(a)、环形变(b)的示意图

课题。与原子核“超重岛”的理论预言一样，关于原子核棒形变、环形变的相关理论预言也是原子核理论模型向极端条件的自然推广。因此，相关的实验验证工作是对现有原子核理论模型的重要检验。

此外，处于高激发态的奇特形变核态在天体元素合成过程中可能扮演重要的角色。一个典型的例子是著名的 Hoyle 态，即 ^{12}C 的第二个 0^+ 激发态。在 20 世纪 50 年代，天体物理学家致力于理解宇宙中碳元素的丰度。一个自然的想法是通过恒星中所谓的 3α 反应产生 ^{12}C ，其中两个 α 粒子融合成 ^8Be ，然后捕获第三个 α 粒子从而形成 ^{12}C 。然而，理论计算表明，这一过程的反应速率太低，并不能在太阳系中产生足够多的碳元素。天体物理学家 Hoyle 在 1953 年解决了这个问题^[13]，他认为 ^8Be 捕获第三个 α 粒子会形成一个短暂的激发态(即 Hoyle 态)，随后退激到 ^{12}C 的基态。Hoyle 预言的激发态及其能量很快就在随后的实验中得到了证实。1956 年，Morinaga 提出 Hoyle 态可能是具有奇特棒形变的弱耦合 α 结团结构^[14]。

近年来，在实验上寻找棒形变、环形变结构存在的证据已成为世界上许多实验室争相探索的课题。英国伯明翰大学、日本理化学研究所，以及我国北京大学实验组先后利用不同的方法针对碳同位素中可能的棒形变核态进行了实验研究^[15-17]。此外，最新的实验证据显示，在 ^{28}Si 的高激发态中可能存在环形同核异能态^[18]。随着世界上稀有同位素大科学装置的发展和探测技术的不断升级，关于棒形变、环形变核态的研究必将进入一

7) 费米面是指绝对零度时，独立运动多费米子系统在基态时单个费米子的最高能量。

个崭新的时期。

尽管实验上做了大量探索,但目前尚无棒形变、环形变的确定实验证据。一般认为,由于结团现象的出现,这些奇特的形状相对更可能存在于轻核中。理论上,人们对质子数与中子数相等的原子核中的链式结团结构(对应于棒形变)进行了广泛的研究。由于核子波函数的反对称性和结团结构的弱耦合性,链式结团结构很容易被弯曲,从而导致更紧凑的正常形状。理论研究表明,增加自旋(即转动原子核)或者增加同位旋(即增加中子数目)是提高链式结团结构相对于弯曲运动稳定性的重要机制^[19, 20]。最新的理论计算表明,由于自旋—同位旋相干效应,在丰中子核的快速转动激发态中很有可能观察到棒形变核态^[21]。

5 总结与展望

随着人们对物质结构研究的不断深入,一个光怪陆离的原子核世界被逐渐打开,并成为当前物理学研究的重要前沿。原子具有一个非常致密的核心——原子核,99.9%以上的原子质量集中在“费米”(10⁻¹⁵ m)尺度的空间内。有趣的是,对于这样一个微观体系,形状这样一个看似“宏观”的概念却成为了人们认识、分析、理解其各种性质的重要手段。

“横看成岭侧成峰,远近高低各不同。不识庐山真面目,只缘身在此山中”⁸⁾。原子核可以呈现出许多不同的形状,包括球形、轴对称长椭球、轴对称扁椭球、非轴对称椭球、梨形、棒形、环形等等。原子核的形状本质上体现了组成原子核的多个核子之间的多体关联。多体关联的复杂性是量子多体系统的基本特征,而原子核的形状形象地刻画了核子之间复杂的多体关联,因此呈现各种“成岭成峰”、“高低不同”的形状。必须指出,原子核的形状是一个定义在内禀系下的半经典概念,也就是说,我们是“身在庐山中”描绘“庐山”的,很多情况下,这并不是完整的“庐山真面目”。由于原子核是一个量子体

系,形状这一半经典的概念很多时候并不能完全精确地描述原子核的性质,不过即使这样,形状仍是理解原子核许多性质与现象的重要出发点。有些情况下,对于同一原子核,甚至同一核态,其形状并不能很好地唯一确定,而是存在很强的量子形状涨落效应,这类新奇现象的一个典型例子便是原子核的形状共存现象。此外,随着核子数或者角动量的变化,原子核的形状也会发生显著的变化,由此会引发许多物理观测量的奇特变化行为,这也是目前原子核物理研究的前沿热点,即原子核的量子形状相变。

由于形状在理解原子核各种性质中扮演的重要角色,多年来,人们建立了各种各样的描述原子核形状的理论模型。然而,如何实现在同一理论框架下,对各种奇特形变核态及其性质的统一微观描述仍是目前亟待解决的关键问题。值得一提的是,作为当前唯一可用于描述核素图上几乎所有原子核的微观理论,密度泛函理论为相关研究提供了一个有力的理论工具,是系统描述原子核结构性质最重要的微观方法之一。协变性的密度泛函理论是一种基于相对论量子场论和密度泛函理论发展起来的描述核多体问题的相对论量子理论。通过引入洛伦兹对称性,协变密度泛函理论有效地限制了能量密度泛函。因此,该理论可以从一个普适的能量密度泛函出发,对核素图上几乎所有原子核的基态与激发态性质给出高精度的描述^[22]。

在原子核的奇特形状方面,中国科学院理论物理研究所课题组在谐振子基空间发展了多维协变密度泛函理论^[23],可以描述绝大多数可能的原子核形状,并在原子核裂变位垒、正四面体形变等方向上取得了重要成果。最近,北京大学课题组有效地克服了长期存在的变分塌缩问题和 Fermion Doubling 问题,成功建立了三维格点空间上的协变密度泛函理论,可以在全形变空间描述原子核的性质^[24]。目前,该方法已被成功应用于研究棒形变、环形变等奇特形状。今后,如何在三维格点协变密度泛函理论中恰当地包含原子核中

8) 语出宋代文学家苏轼《题西林壁》。

另一种最重要的关联效应——对关联效应，将是相关理论发展的重要方向和突破点。

目前，包括中国、美国、德国、法国、日本在内的许多国家都正在大力建造与升级新一代稀有同位素大科学装置，以抢占未来在这一研究领域的制高点。可以预见，这些大科学装置的顺利运行将极大地深化人们对“奇形怪状”的原子核心的认识与理解，也将极大地促进强关联量子多体理论的发展。正如20世纪原子中电子运动规律

(纳米(10^{-9} m)尺度)的发现与研究孕育了如今纳米科技的蓬勃发展一样，21世纪人们对原子核心的结构(费米(10^{-15} m)尺度)的探索也必将深刻地改变人类社会，一个崭新的“费米科技”时代也许正在悄然到来。

致谢 感谢吴鑫辉在准备相关示意图中提供的帮助。

参考文献

- [1] Ring P, Schuck P. The Nuclear Many-Body Problem. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1980
- [2] Frauendorf S, Meng J. Nucl. Phys. A, 1997, 617: 131
- [3] Starosta K *et al.* Phys. Rev. Lett., 2001, 86: 971
- [4] Bohr A, Mottelson B R. Nuclear Structure. World Scientific Publishing, 1998
- [5] Matta J T *et al.* Phys. Rev. Lett., 2015, 114: 082501
- [6] Parker R H *et al.* Phys. Rev. Lett., 2015, 114: 233002
- [7] Gaffney L P *et al.* Nature, 2013, 497: 199
- [8] Bucher B *et al.* Phys. Rev. Lett., 2016, 116: 112503
- [9] Bucher B *et al.* Phys. Rev. Lett., 2017, 118: 152504
- [10] Lu B N, Zhao E G, Zhou S G. Phys. Rev. C, 2012, 85: 011301 (R)
- [11] Liu C *et al.* Phys. Rev. Lett., 2016, 116: 112501
- [12] 陈永寿. 物理, 2015, 44: 298
- [13] Hoyle F. Astrophys. J. Suppl. Ser., 1954, 1: 121
- [14] Morinaga H. Phys. Rev., 1956, 101: 254
- [15] Freer M *et al.* Phys. Rev. C, 2014, 90: 054324
- [16] Yamaguchi H *et al.* Phys. Lett. B, 2017, 766: 11
- [17] Li J *et al.* Phys. Rev. C, 2017, 95: 021303
- [18] Cao X G *et al.* Phys. Rev. C, 2019, 99: 014606
- [19] Itagaki N, Otsuka T, Ikeda K *et al.* Phys. Rev. Lett., 2004, 92: 142501
- [20] Ichikawa T, Maruhn J A, Itagaki N *et al.* Phys. Rev. Lett., 2011, 107: 112501
- [21] Zhao P W, Itagaki N, Meng J. Phys. Rev. Lett., 2015, 115: 022501
- [22] Meng J. Ed. Relativistic Density Functional For Nuclear Structure. World Scientific, 2016
- [23] Lu B N, Zhao J, Zhao E G *et al.* Phys. Rev. C, 2014, 89: 014323
- [24] Ren Z X, Zhang S Q, Zhao P W *et al.* Sci. China Phys. Mech. Astron., 2019, 62: 112062