

周期 2, 3, 5 及其气候突变点预测

付遵涛^{1,2}, 刘式达^{1,2}, 陈炯³, 刘式适¹, 梁爽¹

(1. 北京大学 物理学院, 北京 100871; 2. 北京大学 湍流与复杂系统研究国家重点实验室, 北京 100871;
3. 国家气象局 气象中心, 北京 100081)

摘要:一个混沌气候时间序列含有各种各样的周期, 其中周期 2, 3 和 5 是最基本的周期, 它们又是气候突变时间层次映射的主要角色。根据周期 2, 3 和 5 的突变时间规律, 它基本符合子波变换所得的微分方程的解, 由周期 1 的突变时间可以预测周期 2, 3 和 5 的突变时间。文中对北半球气温和中国气温的突变时间做了预测, 预测效果较好。

关键词:周期; 突变时间; 子波变换

中图分类号: O415.5; P432+.2 **文献标识码:** A **文章编号:** 1005-2321(2003)02-0415-04

1 混沌与周期

混沌是一种确定性的非周期现象。地球科学中的天气、气候、地震等现象都是非周期现象, 但是, 它们是否有规律可循呢? Sarkovskii 定理^[1]和 Li Yorke 定理^[2]都说明, 对一维映射动力系统, 只要有周期 3, 就有混沌, 也就有所有的各种周期。例如, 对于混沌动力系统锯齿映射

$$x_{n+1} = \begin{cases} 2x_n, & 0 \leq x_n < 1/2 \\ 2x_n - 1, & 1/2 \leq x_n < 1 \end{cases} \quad (1)$$

它就含有周期 2 解, 例如, 若从 $x_0 = 1/3$ 出发, 迭代出如下的周期 2 序列:

$$\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \dots$$

同样(1)也含有周期 3 解, 例如

$$\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{4}{7}, \frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{4}{7}, \frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{4}{7}, \frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{4}{7}, \dots$$

和周期 5 解, 例如

$$\frac{1}{31}, \frac{2}{31}, \frac{4}{31}, \frac{8}{31}, \frac{16}{31}, \frac{1}{31}, \frac{2}{31}, \frac{4}{31}, \frac{8}{31}, \frac{16}{31}, \frac{1}{31}, \frac{2}{31}, \frac{4}{31}, \frac{8}{31}, \frac{16}{31}, \frac{1}{31}, \dots$$

上面列出的周期 2, 3 和 5 三种周期, 是混沌中最基

本的周期。若周期数目大, 就意味着频率高, 因而表示尺度小。为了看出这个问题, 我们在区间 $t \in [-1, 1]$ 上列出 $\cos t, \cos 2t, \cos 3t, \cos 5t$ 的图。

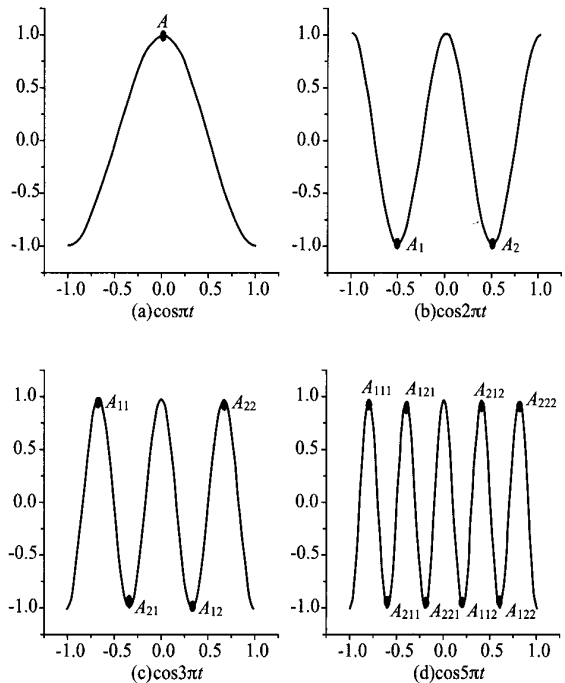


图 1 周期 1(a), 周期 2(b), 周期 3(c), 周期 5(d), 它们分别代表周期 1, 2, 3, 5

Fig. 1 (a) period 1, (b) period 2, (c) period 3, (d) period 5, they represent period 1, 2, 3 and 5

从图 1 看出, 随着周期数目由 1, 2, 3 到 5, 频率逐步增加, 尺度则随之减少, 这样由大尺度逐步串级(cascade)到小尺度, 形成了混沌现象中不同尺度构

收稿日期: 2002-10-26; 修订日期: 2002-11-29

基金项目: 国家重点基础研究发展规划项目(G1998040900); 国家自然科学基金重点项目(40035010)

作者简介: 付遵涛(1970—), 男, 博士, 主要从事非线性动力学相关方面的研究。

成的层次 (hierarchy)。

2 气候冷暖状态的层次规律

大家知道,气候是一种多尺度现象,由于一个气候序列中包含有多种尺度,所以一个气候时间序列则表现出混沌状的杂乱。但是,无论哪种尺度,混沌状态不外乎就是两种:冷和暖(或旱和涝)两种状态。因此冷和暖这两种状态是随尺度而变化的,离开尺度谈冷暖是无意义的。所以研究气候变化,常常研究由冷转暖(或由暖转冷)的气候突变时间的规律^[3\]。根据子波变换分析^[4,5],子波变换的模极大值(简称 WTMM)相应的时间位置代表多尺度混沌信号的突变时间位置。图 1 是一种实际时间序列的 4 种不同尺度下的子波变换 $T_g(a, t_0)$ 图像,其中 a 为尺度,图 1 中的尺度 a 分别是 1, 2, 3, 5 年,即图 1 的纵轴; t_0 是时间位置,即图 1 中的横轴。在图 1 中的各黑圆点就代表突变点。

从图 1 看出,最大尺度层次上的一个突变点 A ,生出了下一尺度层次周期 2 图中的两个突变点 A_1 和 A_2 ,其中 A_1 在区间 $[-1, 0]$, A_2 在区间 $[0, 1]$ 。同样,周期 2 图中的突变点 A_1 生出了图中周期 3 的两个突变点 A_{11} 和 A_{12} ,而 A_2 生出了两个突变点 A_{21} 和 A_{22} 。与此类似,周期 3 图中的每个突变点也生出了周期 5 图中的两个突变点,它们分别是 $A_{11} \Rightarrow A_{111}$ 和 A_{112} , $A_{12} \Rightarrow A_{121}$ 和 A_{122} , $A_{21} \Rightarrow A_{211}$ 和 A_{212} , $A_{22} \Rightarrow A_{221}$ 和 A_{222} 。若以上一层次的突变时间 t_n 为纵坐标,下一层次的突变时间 t_{n+1} 为横坐标,那么就形成突变时间的锯齿映射,图 2 就是用北半球地表气温^[6]做子波变换的突变点所得到的锯齿映射。

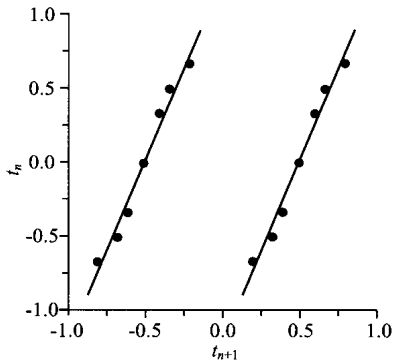


图 2 突变时间映射
Fig.2 Jump time map

从上面我们看出,一个混沌序列中周期 2、周期 3 和周期 5 的重要性,它不但是混沌中最基本的周期,而且是形成突变时间映射的重要角色。周期 2 的两个突变时间分别是被周期 1 点分开的两个时间区间的中点,周期 3 的 4 个突变点时间分别是上述两个时间区间的 1/3 和 2/3 处。

3 用突变时间映射和周期 2, 3, 5 来预测突变点

Haase^[7]已经证明,一个信号 $f(t)$ 的子波变换为

$$T_g(a, t_0) = \frac{1}{a} \int_{t_0 - a}^{t_0 + a} f(t) g\left(\frac{t - t_0}{a}\right) dt \quad (2)$$

若其中 $g(t) = -te^{-\frac{t^2}{2}}$, 那么 $T_g(a, t_0)$ 满足下面变系数的偏微分方程

$$a \frac{\partial^2 T_g}{\partial t_0^2} - \frac{\partial T_g}{\partial a} + \frac{1}{a} T_g = 0 \quad (3)$$

我们已经找到方程(3)的解为^[7]

$$T_g(a, t_0) = ae^{-\frac{t_0^2}{2a^2}} \cos t_0 \quad (4)$$

其中 a 为常数。

(4)式说明, T_g 随时间位置 t_0 呈振荡形式,如图 1 中的那样。但是其振幅随尺度 a 的加大而减小。

所以在(4)式中分别取 $a = 1, 2, 3, 5$, 则图 1 (a), (b), (c), (d) 就分别相当于不同尺度 a 下的周期 1, 2, 3 和 5 解。而图 1 中的黑点就代表 WTMM 点,也就是状态的突变点,注意我们在绘制图 1 时,并未随着尺度 a 减小而使 $\cos t_0$ 的振幅减小。所以图 1 的周期 2、周期 3 和周期 5 是符合子波变换的解(4)的。

因此,根据周期 2、周期 3 和周期 5 的规律,若已知道大尺度上的气候突变时间位置,我们就可以利用突变点层次间的映射(如图 2)预测小尺度上气候的突变时间位置。下面我们就举两个例子说明。

例 1:北半球地表月平均温度(1851—1984 年)的 Jones 气候序列^[6],这个序列共 133 a。

我们对 Jones 序列做子波变换,取 $a = 100 a$, $a = 50 a$ 和 $a = 25 a$,其子波变换 T_g 的图像如图 3 (a),图中只给出 $a = 25 a$ 的, $a = 100 a$ 和 $a = 50 a$ 的图像和它的类似。

从图 3(a) 看出,WTMM 最大值点的时间位置在 1919 年;对于 $a = 100 a$ 和 $a = 50 a$ 也是 1919 年。所以 1919 年是相当于图 1 (a) 的一个黑点。应

该说 1919 年是北半球 10^2 a 尺度上由冷转暖的一个突变点, 这已经是公论的百年尺度下的气候突变时间, 无论下一层次尺度上的气候突变点时间是什么。

因为 1852 年到 1919 年共 67 a, 而 1919 年到 1984 年共 65 a。根据图 1(b), 下一层次(即周期 2)的突变时间大致应在 67 年长和 65 年长的中点位置上。即 $1919 - 34 = 1885$ 年和 $1919 + 32 = 1951$ 年, 而实际的子波变换 WTMM 点为 1881 年和 1948 年。按照图 1(b), 这两个突变时间气候均为由暖转冷, 符合实际情况, 理论预测时间和实际突变时间有少量的差别。

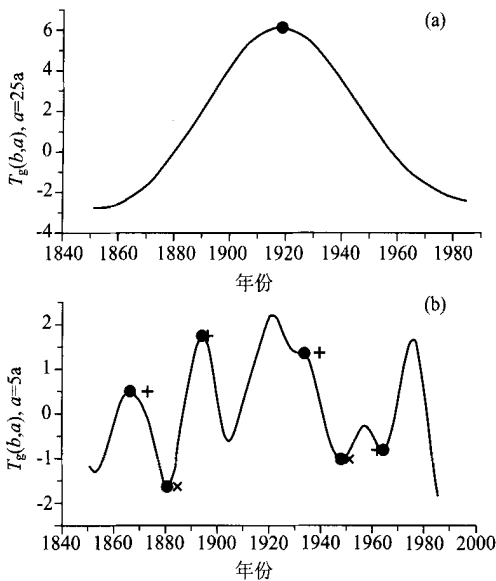


图 3 北半球气温序列的子波变换及其突变时间预测

Fig. 3 Wavelet transform of temperature time series over northern hemisphere and prediction for its jump time
(a) 尺度为 25 a; (b) 为 WTMM 点;
x 为周期 2 预测点; + 为周期 3 预测点

根据图 1(c) 的周期 3 情况, 下一尺度层次上的 4 个突变点时间应估计为 $1919 - 2 \times 67/3 = 1874$ 年和 $1919 + 64/3 = 1940$ 年, 以及 $1919 - 67/3 = 1897$ 年和 $1919 + 2 \times 64/3 = 1962$ 年。

在图 3(b) 中列出 $a = 5$ a 的子波变换曲线。图中的是 WTMM 点, x 点和 + 点分别是用周期 2 和周期 3 所预测的突变点。从两者的比较看出, 在周期 2 和周期 3 的 6 个突变时间中 3 个预测很好, 另 3 个预测较差。由于周期 5 的第三层次上的 8 个突变时间(见图 1(d)) 信号的噪声较大, 我们就不列出预测结果。

例 2: 从 1880 年到 1990 年的中国平均气温序列^[8,9], 这个序列共 110 a。

取 $a = 40$ a 的子波变换图如图 4(a)。和北半球气温序列不同, 此时周期 1 的突变时间在 1907 年左右, 它离 1880 年仅仅约 27 a, 离 1973 年却约为 66 a, 两边不像图 1(a) 的对称。此时按图 1(b) 的周期 2 的突变时间应约为 27 a 和 66 a 的中间时间, 即 $1907 - 27/2 = 1893$ 年和 $1907 + 66/2 = 1940$ 年。同样, 按照 1(c) 的周期 3 的 4 个突变时间应预测为 $1907 - 27/3 = 1898$ 年和 $1907 + 66/3 = 1929$ 年以及 $1907 - 2 \times 27/3 = 1889$ 年和 $1907 + 2 \times 66/3 = 1951$ 年。实际子波变换结果见图 4(b), 周期 2 和周期 3 的共 6 个突变时间均预测较好。

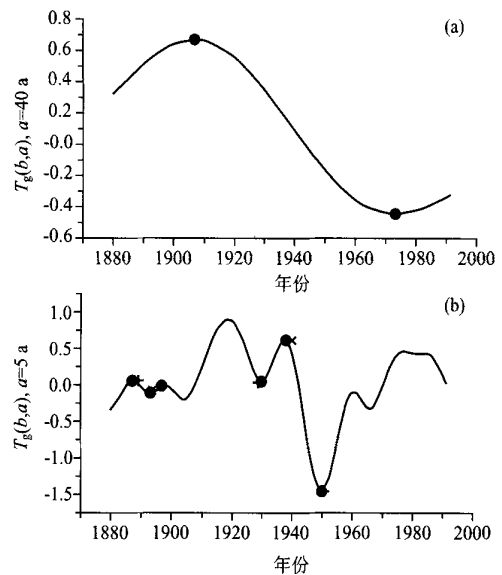


图 4 中国气温序列的子波变换及其突变时间预测

Fig. 4 Wavelet transform of temperature time series over China and prediction for its jump time
(a) 尺度为 40 a; (b) 为 WTMM 点;
x 为周期 2 预测点; + 为周期 3 预测点

4 结论

对于多尺度的系统, 主要是寻找状态突变点随尺度的变化规律。混沌迭代系统及子波变换中的周期 2, 3 和 5 是最基本的周期。由这 3 个周期可以建立突变时间层次的映射, 由大尺度的突变时间来预测较小尺度的突变时间, 从预测结果来看, 还是相当好的。

References[参考文献]:

- [1] DEVANEY R L. *An Introduction to Chaotic Dynamical Systems*[M]. Addison-Wesley: Menlo Park, 1985.
- [2] LI T Y, YORKE J A. Period three implies chaos[J]. *American*

- Mathematical Monthly*, 1975, 82: 985-992.
- [3] ARNEODO A, ARGOU F, MUZYJ F, et al. Beyond classical multi-fractal analysis using wavelet: Uncovering a multiplicative process hidden in the geometrical complexity of diffusion limited aggregates[J]. *Fractals*, 1993, 1(3): 629-649.
- [4] ARNEODO A, GRASSEAU G, HOLSCHNEIDER M. Wavelet transform analysis of invariant measures of some dynamical systems[J]. *Phys Rev Lett*, 1988, 61: 2281.
- [5] BACRY E, MUZYJ F, ARNEODO A. Singularity spectrum of fractal signals from wavelet analysis: Exact results[J]. *J Stat Phys*, 1993, 70: 635.
- [6] JONES P D. North hemisphere surface air temperature variation: 1851-1984[J]. *Journal of Climate and Applied Meteorology*, 1986, 25(2): 173-178.
- [7] HAASE M, CEHLE B. Tracing the skeleton of wavelet transform maxima lines for characterization of fractal distributions [A]. NOVAK M M. *Fractals and Beyond Complexities in the Sciences* [M]. Singapore: World Scientific, 1998. 241-250.
- [8] DING Yihui, DAI Xiaosu. Temperature variation over China for about 100 years[J]. *Meteorology*, 1994, 20(12): 173-178 (in Chinese). [丁一汇, 戴晓苏. 中国近百年来的温度变化[J]. *气象*, 1994, 20(12): 19-26.]
- [9] LIN Xuechun, YU Shuqiu, TANG Guoli. Temperature time series over China for about 100 years[J]. *Chinese J Atmospheric Sciences*, 1995, 19(5): 524-534 (in Chinese). [林学椿, 于淑秋, 唐国利. 中国近百年温度序列[J]. *大气科学*, 1995, 19(5): 524-534.]

PERIOD 2, 3, 5 AND THEIR PREDICTION FOR CLIMATIC JUMP POINTS

FU Zun-tao^{1,2}, LIU Shi-da^{1,2}, CHEN Jiong³, LIU Shi-kuo¹, LIANG Shuang¹

(1. School of Physics, Peking University, Beijing 100871, China; 2. STCS, Peking University, Beijing 100871, China; 3. Center for Meteorology, China Meteorological Administration, Beijing 100081, China)

Abstract: There are various basic periods in a chaotic climatic time series, among which period 2, 3 and 5 are the most fundamental ones and they are the dominant parts in the hierarchical mapping of the climatic jump times. Based on the rules of jump time for the periods 2, 3 and 5, which are almost in accord with the solution of the differential equation satisfied by the wavelet transform, the jump time for periods 2, 3 and 5 can be predicted from the jump time for period 1. In this paper, the jump times of monthly-averaged temperature are predicted over the North Hemisphere and China, and the results are desirable.

Key words: period; jump time; wavelet transform