

# 中国地区相对湿度与温度多分形特征对比分析

高力浩 付遵涛<sup>†</sup>

北京大学物理学院大气与海洋科学系, 气候与海-气实验室, 北京 100871; <sup>†</sup> 通信作者, E-mail: fuzt@pku.edu.cn

**摘要** 应用多分形去趋势涨落分析(MF-DFA)方法, 研究了中国地区相对湿度和温度序列的多分形特征差异, 并对比分析了其对应的奇异谱 3 个参数(奇异谱宽度  $\Delta\alpha$ 、奇异谱不对称性  $\Delta\alpha_{as}$  和长程相关性  $\alpha_0$ )的特征。结果表明: 1) 相对湿度序列的多分形强度弱于温度序列; 2) 相对湿度序列多分形性强的地区与温度序列有较大差异, 前者主要位于我国西南地区, 后者主要在华南和黄河以北地区; 3) 相对湿度序列的多分形不对称性强于温度序列; 4) 相对湿度序列的奇异谱均为左偏, 温度序列则基本是对称的; 5) 相对湿度序列的长程相关性大于温度序列。奇异谱的 3 个特征参数的组合完整地刻画了特定的长程相关特性, 相对湿度和温度序列多分形特征的不同, 揭示了其生成动力过程的差异。

**关键词** 长程相关性; 标度指数; 多分形; 多分形去趋势涨落分析

**中图分类号** P467

## Comparative Analysis to Multi-fractal Behaviors of Relative Humidity and Temperature over China

GAO Lihao, FU Zuntao<sup>†</sup>

Department of Atmospheric and Oceanic Sciences and Laboratory for Climate and Ocean-Atmosphere Studies, School of Physics, Peking University, Beijing 100871; <sup>†</sup> Corresponding author, E-mail: fuzt@pku.edu.cn

**Abstract** The different multi-fractal behaviors of relative humidity and temperature over China are studied by means of multi-fractal detrended fluctuation analysis (MF-DFA for short) method. Three multi-fractal parameters (the spectrum width  $\Delta\alpha$ , the asymmetry  $\Delta\alpha_{as}$  and the long range correlation index  $\alpha_0$ ) of singularity spectrum are introduced to quantify the multi-fractal behaviors. Results show that multi-fractality in humidity daily records are stronger than that of temperature's; stations with strong multi-fractality of relative humidity and temperature lie in different regions: southwest of China for relative humidity and South China and north of the Yellow River for the latter; asymmetry of singularity of relative humidity records is weaker than that of temperature's and their singularity spectra exhibit left-skewed; singularity spectrum of temperature records exhibit symmetry on the whole; long range correlation of relative humidity records is higher than that of temperature's. Combination of three parameters of multi-fractal spectrum stands for a kind of long range correlations and different behaviors of them reveal different dynamics underlying relative humidity and temperature.

**Key words** long range correlation; scaling exponent; multi-fractal; multi-fractal detrended fluctuation analysis

气候系统包含各种不同时空尺度的物理过程, 气候和气象变量的变化也因此表现出多尺度的特性。近年来研究发现, 气候和气象变量序列中不同尺度的涨落具有自相似的结构, 存在标度律, 并能

够通过定义标度指数来描述这一自相似性。比如去趋势涨落分析(DFA)涨落函数随时间尺度的增加呈现幂律变化, 反映的是时间序列的长程相关性<sup>[1-6]</sup>。相对湿度与温度作为两个重要的气象变量, 对其标

国家自然科学基金(40775040, 40975027)资助

收稿日期: 2011-05-04; 修回日期: 2011-05-24; 网络出版日期: 2011-12-21

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2442.N.20111221.1545.010.html>

度特征的研究已在一些文献中出现, Vattay 等<sup>[7]</sup>研究发现相对湿度的功率谱密度特征与温度不同, 并提出产生这种差异是由于相对湿度具有自组织临界性。Lin 等<sup>[8]</sup>在研究中国地区相对湿度序列的长程相关特性时发现, 反映其长程相关性的标度指数要普遍大于温度序列的标度指数, 表明相对湿度变化比温度具有更强的持续性。对于很多实际的时间序列, 单个标度指数往往不能完全反映时间序列的标度特征。要完整描述一个时间序列的标度特性, 需要一系列的标度指数, 尽管这些标度指数中可能有些是相近或相同的<sup>[9-10]</sup>。因此, 在前人工作的基础上, 进一步从多标度的角度来研究相对湿度与温度序列的标度特征的差异是很有必要的。

对于时间序列的多标度行为, 即时间序列的多分形特征, 传统上是用奇异谱来刻画的。本文采用一种可以应用于非平稳时间序列而且算法简单的方法——多分形去趋势涨落分析(MF-DFA)方法<sup>[11]</sup>来计算奇异谱。除了奇异谱宽度之外, 本文还引入奇异谱的不对称性以及奇异谱峰值对应的奇异性指数, 多角度地研究相对湿度和温度序列多分形特征的差异。

## 1 资料和方法

本文中使用的日平均相对湿度与温度资料来自于中国国家气象信息中心(NMIC)的日地表气候资料集。该数据集为 194 个观测站国际交换逐日资料集, 已经在很多研究中得到了应用<sup>[12-14]</sup>。在本研究中, 其中 3 个观测站的资料由于资料长度太短(小于 10 年)而被剔除, 其余 191 个观测站的资料长度基本上为 50 年(1951—2000 年)左右。

本文采用的分析方法是 MF-DFA 方法, 其主要过程<sup>[11]</sup>简述如下。

首先, 计算时间序列  $\{x_i\}$  的累计离差, 即廓线序列

$$Y_i = \sum_{k=1}^i (x_k - \bar{x}), \quad (1)$$

并将廓线序列  $\{Y_i\}$  按正向和逆向分别分为  $N_s = [N/s]$  个互不重叠的等长度  $s$  的窗口, 然后用最小二乘法计算每个窗口的局部趋势  $P_\nu(j)$ , 以得到每个窗口去掉趋势后的序列

$$y_\nu(j) = Y_\nu(j) - P_\nu(j), \quad \nu = 1, \dots, 2N_s, j = 1, \dots, s \quad (2)$$

及其对应的方差函数

$$F^2(\nu, s) = \frac{1}{s} \sum_{j=1}^s \{y_\nu\}^2, \quad \nu = 1, \dots, 2N_s. \quad (3)$$

通过平均所有  $2N_s$  个窗口的方差函数, 得到  $q$  阶 DFA 波动函数

$$F_q(s) = \left\{ \frac{1}{2N_s} \sum_{\nu=1}^{2N_s} [F^2(\nu, s)]^{\frac{q}{2}} \right\}^{\frac{1}{q}}. \quad (4)$$

对于  $q=0$  的情况, 则采用下式:

$$F_q(s) = \exp \left\{ \frac{1}{4N_s} \sum_{\nu=1}^{2N_s} \ln [F^2(\nu, s)] \right\}. \quad (5)$$

计算不同窗口长度  $s$  对应的涨落函数, 如果原始序列是长程幂律相关的, 则将有如下关系:

$$F_q(s) \sim s^{h(q)}, \quad (6)$$

式(6)在双对数图中表现为一簇直线。 $h(q)$ 被称为扩展的 Hurst 指数, 描述  $q$  阶涨落函数的标度行为。很明显, 当  $q>0$  时,  $h(q)$ 反映大涨落的标度行为, 而  $q<0$  时反映的是小涨落的标度行为。对于单分形的序列,  $h(q)$ 不随  $q$  变化, 对于多分形序列,  $h(q)$ 随  $q$  变化而变化, MF-DFA 方法的详细步骤参见文献[11]。

传统上用奇异谱来定量描述序列多分形性<sup>[15-16]</sup>, 奇异谱  $f(\alpha)$ 可以通过 Legendre 变换由  $h(q)$ 计算<sup>[11,16]</sup>得到:

$$\alpha = h(q) + a \frac{dh(q)}{dq}, \quad (7)$$

$$f(\alpha) = q(\alpha - h(q)) + 1, \quad (8)$$

$\alpha$ 是分形指数,  $f(\alpha)$ 表示由分形指数  $\alpha$ 支持的维数。

## 2 日平均相对湿度与温度序列多分形特征的比较

本文选用 MF-DFA4 方法, 即取式(2)中  $P_\nu(j)$ 为四阶拟合多项式, 通过四阶多项式去趋势, 序列中的趋势基本可以去掉。分析发现, 使用更高阶的 MF-DFA 方法, 得到的结果类似。在应用 MF-DFA4 方法前, 去掉了原始序列的年循环, 即原始序列中每一个值减去该特定日期多年的平均值。

然后应用 MF-DFA4 方法, 计算出 191 个观测站相对湿度序列和温度序列的涨落函数  $F_q(s) \sim s^{h(q)}$ 对不同阶数  $q$  的变化关系, 考虑到如果  $q$  值太大, 会由于数据样本数的限制导致误差较大, 本文取  $q =$

-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5。在  $F_q(s) \sim s^{h(q)}$  的双对数图中选取 100 ~ 1000 天的区间计算扩展的 Hurst 指数  $h(q)$  (事实上, 大部分观测站的标度区间比这一区间更大, 但为了对结果进行比较, 故将所研究的时间尺度固定在 100 ~ 1000 天)。为了得到整个实数域的  $q$  对应的  $h(q)$  值, 引入一个二项式串级模式<sup>[10-11]</sup>

$$h(q) = \frac{1}{q} - \frac{\ln(a^q + b^q)}{q \ln 2} \quad (9)$$

来近似估计其值。考虑到对于正  $q$  和负  $q$ , 可能有不同的  $h(q)$  变化趋势, 因此对正、负  $q$  分别用式(9)进行拟合。

图 1(a)给出了代表性气象站通辽站(122°16' E, 43°36' N)相对湿度和温度序列的  $h(q)-q$  关系及其拟合结果, 可以看到该模型能很好地拟合出实际的  $h(q)-q$ 。利用拟合得到的  $h(q)-q$ , 并结合式(7)和(8)计算奇异谱。图 1(b)给出对应的奇异谱, 奇异谱显示出不同的形状, 反映了序列不同的多分形特性。根据奇异谱的形状, 定义 3 个特征参数: 奇异谱宽度  $\Delta\alpha$ , 奇异谱不对称性大小  $\Delta\alpha_{as}$  以及奇异谱峰值对应的奇异性指数  $\alpha_0$ <sup>[17]</sup>。相应地, 相对湿度序列的结果为  $\Delta\alpha=0.11$ ,  $\Delta\alpha_{as}=-0.01$ ,  $\alpha_0=0.82$ ; 而温度序列的结果为  $\Delta\alpha=0.36$ ,  $\Delta\alpha_{as}=0.04$ ,  $\alpha_0=0.72$ 。本文从这 3 个特征参数出发, 研究相对湿度同温度序列多分形特征的差异。

### 2.1 多分形强度的比较

根据式(9), 奇异谱宽度可由

$$\Delta\alpha = \alpha(-\infty) - \alpha(\infty) = \frac{\ln(b_1) - \ln(a_2)}{\ln 2} \quad (10)$$

得到, 其中  $b_1$  是  $q < 0$  时的拟合系数,  $a_2$  是  $q > 0$  时的拟合系数。 $\Delta\alpha$  值代表时间序列奇异性指数的大小, 反映描述序列长程相关性的标度指数的范围, 同时也反映时间序列多分形的强度。从图 1(b)可以看出, 通辽站的相对湿度序列的多分形强度较弱, 而温度序列的多分形强度较强。

图 2(a)是 191 个观测站相对湿度与温度脉动序列的  $\Delta\alpha$  值的柱状统计图, 显示相对湿度与温度序列的  $\Delta\alpha$  值均呈现近似正态分布, 但其峰值所在位置有所不同, 相对湿度序列在 0.3 附近, 而温度序列在 0.4 附近, 这表明在整体上温度序列的多分形强度要强于相对湿度序列。一般来说, 造成序列多分形性的原因有两种: 一种是序列值的概率密度分布过于宽泛; 另一种是大小涨落具有不同的长程相关性, 这种多分形性可通过将序列洗牌的方法去除<sup>[11]</sup>。为了估计序列值的概率密度分布对序列多分形的影响, 将两类序列洗牌后的脉动序列也进行  $\Delta\alpha$  的计算, 结果显示洗牌后序列的  $\Delta\alpha$  值都在 0~0.3 之间, 峰值在 0.1 左右, 相对于原始序列的  $\Delta\alpha$  明显较小, 详细的统计数据见表 1。因此, 对于  $\Delta\alpha < 0.3$  的观测站, 其多分形性主要是由脉动序列值概率密度分布造成的, 与序列长程相关特性关系不大。图 2(a)显示相对湿度约有 30%~40% 的观测站处于  $\Delta\alpha < 0.3$  的区间, 而温度在此区间的观测站数比相对湿度的少很多, 这个区间也可以被认为是单分形或者是极弱的

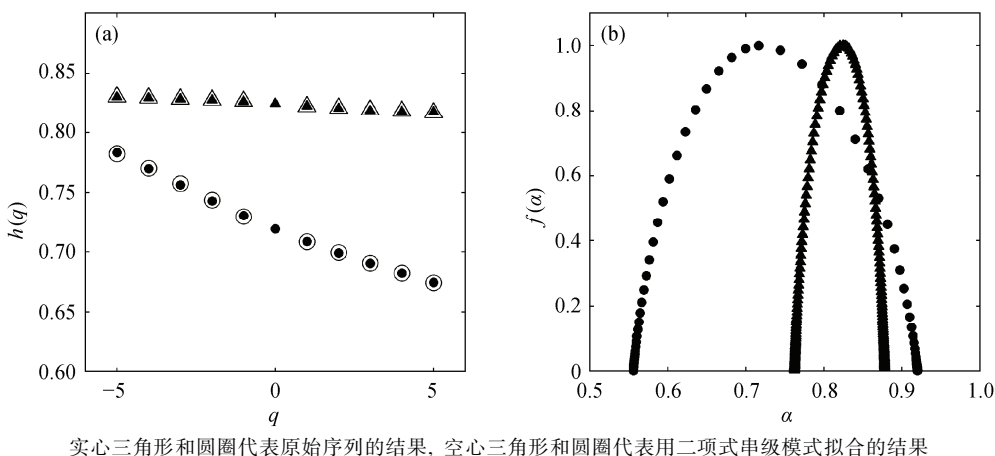


图 1 通辽站相对湿度(三角形)和温度(圆圈)序列对应的  $h(q)-q$  变化关系(a)和奇异谱(b)

Fig. 1  $h(q)-q$  curves of relative humidity (triangle) and temperature (circle) time series at Tongliao station (a), and singularity spectra (b)

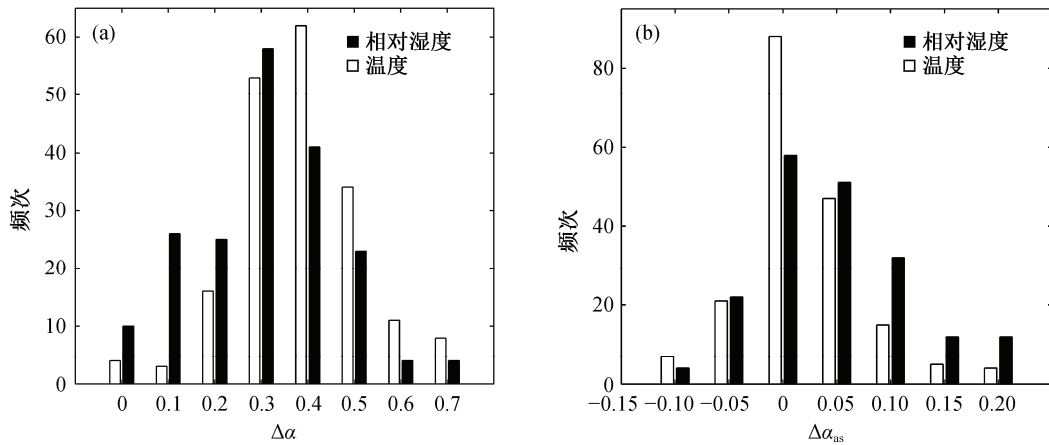


图 2 191 个观测站相对湿度与温度序列对应的  $\Delta\alpha$  和  $\Delta\alpha_{as}$  的柱状统计图

Fig. 2 Histograms of  $\Delta\alpha$  and  $\Delta\alpha_{as}$  s of relative humidity and temperature time series at 191 tations

多分形区间。对于  $\Delta\alpha > 0.3$  的观测站，可以认为它具有比较强的多分形性，而且其多分形性的来源主要是大涨落和小涨落具有不同的长程相关性。在  $\Delta\alpha$  比较大的区域，温度的观测站数多于相对湿度的观测站数。温度较相对湿度而言多分形性更强，反映了其变化较相对湿度而言更为复杂，控制其变化的物理过程也更加丰富。

图 3 给出两种序列对应的  $\Delta\alpha > 0.45$  的观测站的

表 1 191 个观测站相对湿度和温度及其洗牌序列  $\Delta\alpha$  值的统计信息

Table 1 Statistics of  $\Delta\alpha$  of relative humidity and temperature time series and shuffled ones of 191 stations

时间序列类型	$\Delta\alpha$ 平均值	$\Delta\alpha$ 标准差
相对湿度序列	0.30	0.16
洗牌的相对湿度序列	0.09	0.08
温度序列	0.38	0.14
洗牌的温度序列	0.10	0.07

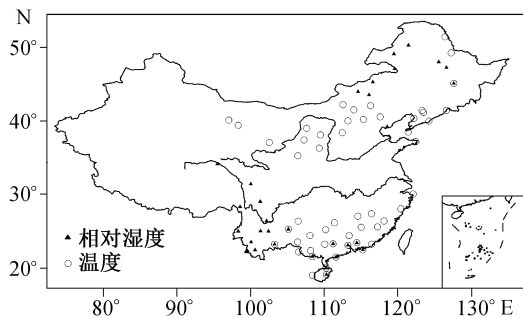


图 3 相对湿度与温度序列对应的  $\Delta\alpha > 0.45$  观测站的分布

Fig. 3 Geographic distribution of  $\Delta\alpha > 0.45$  of relative humidity and temperature time series at 191 stations

地理分布，很明显这些具有强多分形性的观测站具有很强的地域依赖性，反映出在这些地区，影响气象变量变化的物理过程比较复杂，对应的气象序列需要比较多的标度指数来刻画。两个气象变量对应的分布规律不同，相对湿度对应观测站主要在西南方以及南方，而温度对应观测站分布在华南和黄河以北地区，这是因为对于温度和相对湿度，控制它们的物理过程有所不同，因此具有复杂的序列变化特征的观测站所在的区域不同。

## 2.2 多分形不对称性的比较

多分形不对称性  $\Delta\alpha_{as}$  定义为

$$\Delta\alpha_{as} = (\alpha(-\infty) - \alpha(0)) - (\alpha(0) - \alpha(\infty)). \quad (11)$$

正的  $\Delta\alpha_{as}$  表示高的分形指数占主导地位，对应的奇异谱向左偏，负的  $\Delta\alpha_{as}$  与之相反。奇异谱的不对称性反映了对于大涨落或小涨落，其长程相关性的标度指数的范围不同。相较多分形的强度而言，这种不对称性反映了多分形的细节结构，即序列的大涨落较小涨落引起的长程相关性指数范围不同。对于一个对称的奇异谱，其对应序列大小涨落引起的长程相关性指数范围相当。从图 1(b)可以看出，通辽站相对湿度和温度序列的多分形奇异谱都比较对称。

为了衡量不对称性的大小，同样先计算洗牌序列的结果，结果显示洗牌序列的  $\Delta\alpha_{as}$  峰值在 0 附近，范围是  $-0.1 \sim 0.1$ ，可认为在此范围内的奇异谱是比较对称的。图 2(b)是 191 个观测站相对湿度和温度序列  $\Delta\alpha_{as}$  的柱状统计图，显示总体上两种要素的奇异谱不对称性均较小，尤其是温度序列，几乎与洗牌序列的  $\Delta\alpha_{as}$  范围相同；但相对湿度序列的不对称

性较温度序列的强，尤其表现在 0.1~0.2 区间内有更多的观测站，这些观测站对应的奇异谱均左偏，即较大的分形指数占据着主导地位，小涨落引起的长程相关性指数范围较大，反映了在这些观测站，小幅脉动的长程相关性较大幅脉动的长程相关性更复杂，需要更大范围的标度指数来描述，也反映了相对湿度变化相较温度变化的某种不均一性。

### 2.3 $\alpha_0$ 特征比较

根据式(7),  $\alpha_0=h(0)$ , 即  $q=0$  时的广义 Hurst 指数, 相当于一种基本状态涨落的长程相关性, 介于  $q>0$  和  $q<0$  时分别反映大涨落和小涨落长程相关性之间, 代表了所有幅度涨落长程相关性的基调, 其值越大, 序列长程相关性越强。事实上, 这种长程相关性与直接利用 DFA 得到的结果密切相关, 体现在  $\alpha_0$  与  $\alpha$  散点图上近似为一条直线, 见图 4。

图 5 是 191 个观测站相对湿度和温度序列的  $\alpha_0$  的柱状统计图。整体上, 相对湿度对应的  $\alpha_0$  值要大于温度对应的  $\alpha_0$ 。经计算, 对于相对湿度,  $\alpha_0$  平均值为 0.77, 而温度为 0.70, 这一结果与 Lin 等<sup>[8]</sup>的研究结果基本一致。这说明相对湿度序列对应的奇异谱比温度序列的更偏右, 也即奇异性指数更大。图 1(b)中通辽站的奇异谱代表了这种平均状况, 明显看到,  $\alpha_0$  能够反映奇异谱的位置信息, 其他奇异性指数在其附近, 并且由奇异谱宽度及奇异谱不对称性来决定。需要指出的是, 对于洗牌后的相对湿度和温度序列,  $\alpha_0$  约为 0.5, 同白噪声对应的 Hurst 指数一样, 这是因为洗牌去除了时间序列原有的相关结构, 这也从侧面反映了气候变化具有某种规律性。本文选取 10~1000 天作为标度区间, 因此本文

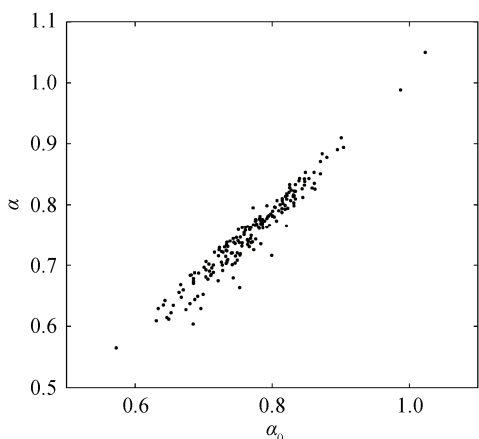


图 4 191 个观测站相对湿度序列对应的  $\alpha_0$  与  $\alpha$  的关系  
Fig. 4  $\alpha_0$ - $\alpha$  plots of relative humidity time series at 191 stations

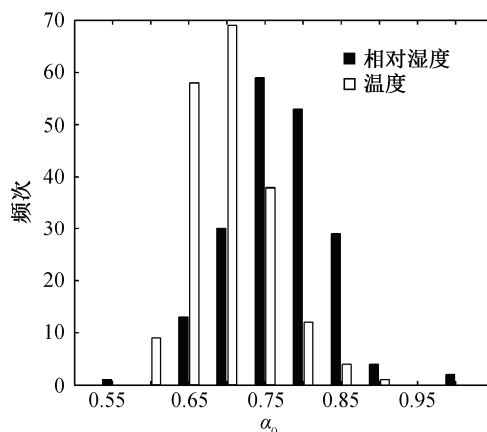


图 5 191 个观测站相对湿度与温度序列  $\alpha_0$  柱状图  
Fig. 5 Histograms of  $\alpha_0$  of relative humidity and temperature time series at 191 stations

对气候变化标度行为的研究仅仅是针对月到几年的时间尺度而言的。

根据前面的结果发现: 通过洗牌过程, 破坏了原始序列的某些特有的结构, 原始序列的多分形特征会趋向于一种特定的状态, 即  $\Delta\alpha$  和  $\Delta\alpha_{as}$  趋近于 0,  $\alpha_0$  趋近于 0.5。因此对于每一种特定的  $\Delta\alpha$ ,  $\Delta\alpha_{as}$  和  $\alpha_0$  状态, 它都能反映其对应的序列的结构特征, 这种结构特征对研究序列的未来变化特征以及其背景动力过程有非常重要的参考价值, 相对湿度和温度序列多分形特征在统计角度的不同, 也正好反映了它们的背景物理过程不同。

### 3 结论

本文应用多分形去趋势涨落分析方法, 研究了中国地区日平均相对湿度和温度序列的多分形特征的差异。通过比较两个气象要素对应奇异谱的 3 个特征参数  $\alpha_0$ ,  $\Delta\alpha_{as}$  和  $\alpha_0$  发现: 相对湿度序列的多分形强度要弱于温度序列, 而且有相当多的观测站基本是单分形的; 相对湿度序列多分形性强的观测站所处的地理位置与温度序列的相比有较大差异, 前者主要位于西南地区, 而后者在华南和黄河以北附近地区均有一定量的观测站; 相对湿度序列的多分形不对称性要强于温度序列, 而且具有明显不对称性的观测站的奇异谱均是左偏, 而温度序列的奇异谱基本上是对称的; 对于反映奇异谱位置的奇异性指数, 相对湿度序列要大于温度序列, 与传统上对两个气象变量序列长程相关性的研究结果一致。时间序列奇异谱的 3 个特征参数从不同角度对序列的长程相关性予以了描述, 其组合代表了某一种特定

的长程相关特性。相对湿度和温度序列这种特性的不同,揭示了它们背景动力过程的差异。

### 参考文献

- [1] Koscielny-Bunde E, Bunde A, Havlin S, et al. Indication of a universal persistence law governing atmospheric variability. *Phys Rev Lett*, 1998, 81: 729–732
- [2] Talkner P, Weber R O. Power spectrum and detrended fluctuation analysis: application to daily temperatures. *Phys Rev E*, 2000, 62: 150–160
- [3] Kantelhardt J W, Koscielny-Bunde E, Rego H A, et al. Detecting long-range correlations with detrended fluctuation analysis. *Physica A*, 2001, 295: 441–454
- [4] Bunde A, Havlin S. Power-law persistence in the atmosphere and in the oceans. *Physica A*, 2002, 310: 15–24
- [5] Fraedrich K, Blender R. Scaling of atmosphere and ocean temperature correlations in observations and climate models. *Phys Rev Lett*, 2003, 90: 108501
- [6] 时少英, 刘式达, 付遵涛, 等. 天气和气候的时间序列特征分析. *地球物理学报*, 2005, 48(2): 259–264
- [7] Vattay G, Harnos A. Scaling behavior in daily air humidity fluctuations. *Phys Rev Lett*, 1994, 73: 768–771
- [8] Lin G X, Chen X, Fu Z T. Temporal-spatial diversities of long-range correlation for relative humidity over China. *Physica A*, 2007, 383: 585–594
- [9] 江田汉, 邓莲堂. 全球气温变化的多分形谱. *热带气象学报*, 2004, 20(6): 673–678
- [10] 冯涛, 付遵涛, 毛江玉. 北京地区气候变量的多分形特征研究. *地球物理学报*, 2010, 53(9): 2037–2044
- [11] Kantelhardt J W, Zschiegner S A, Koscielny-Bunde E, et al. Multi-fractal detrended fluctuation analysis of nonstationary time series. *Physica A*, 2002, 316: 87–114
- [12] Zhai P M, Pan X H. Trends in temperature extremes during 1951–1999 in China. *Geophys Res Lett*, 2003, 30: 1913
- [13] Zou X K, Zhai P M, Zhang Q. Variations in droughts over China: 1951–2003. *Geophys Res Lett*, 2005, 32: L04707
- [14] Zhai P M, Zhang X B, Wan H, et al. Trends in total precipitation and frequency of daily precipitation extremes over China. *J Clim*, 2004, 18: 1096–1107
- [15] Feder J. *Fractals*. New York: Plenum Press, 1988
- [16] Bunde A, Havlin S. *Fractals in science*. Heidelberg: Springer-Verlag, 1995
- [17] Telesca L, Colangelo G, Lapenna V, et al. Monofractal and multifractal characterization of geoelectrical signals measured in southern Italy. *Chaos, Solitons and Fractals*, 2003, 18: 385–399