

04

353311

# 定性 与 半定量

## 物理学

赵凯华 著



高等教育出版社

## 序

这本小册子的内容,原本是作者在北京大学物理系从1987到1989年开设的一门选修课,听众有二年级以上的本科生和研究生,应《大学物理》编辑部之约,从1988年10月起,又在该刊上连载了两年零三个月,前后为期凡二十有七.现略事修订增补,汇成此册.

读者不难看出,本书与CUSPEA考试(我国赴美研究生考试,1980—1988)有着密切的渊源.书中不少例题直接采自CUSPEA试题.应当说,我国的物理教学,模式是比较单一而古板的.欧美各大学(特别是CUSPEA)试题风格的清新颖异、内容的丰富多采,使我们耳目为之一新.不少教师正从中吸取营养,改进自己的教学.这些试题涉及的知识面极广,所用的方法也比较特殊(从我们传统的眼光看,也许还不大“正规”).若仅“就题论题”地讲述,会给人以头绪纷乱、支离破碎之感.用一定的线索把有关的知识和方法尽可能地贯穿起来——这便是作者的初衷.如果书中的某些片断,有幸被纳入现行的常规教学体系之内,作者将因此而感到欣慰.错误之处,祈读者不吝指教.

在作者备课、讲课期间,北大王正行和王稼军曾给予协助;在本稿连续刊出于《大学物理》时,北师大胡镜寰,做了大量校订工作,北师大天文系李宗伟在刊出后又对一些天文数据和提法给予指正,作者在此一并表示感谢.

作者谨识

燕园·马年仲冬

## 绪 论

物理学推理性强,逻辑严密,实验测量可达极高的精度。这些都是物理学与其它学科相区别的突出特点。物理学是一门高度量化的学科,它使人类对自然界的认识获得了长足而深入的进步成为自然科学中公认的成功范例。在历史上,作为一门量化的严密学科为物理学赢得声誉的,首先是牛顿力学。牛顿的万有引力定律把苹果和月亮的运动法则统一起来,不仅成功地解释了由开普勒总结的行星运行规律,由此定律还推算出月球运动的若干细节,说明了岁差、章动和潮汐等现象。众所周知,牛顿力学最辉煌的成就要算对一颗新行星(海王星)的预言,理论推算的误差只有 $1^\circ$  ①近代物理学高度精确的计算和测量更加令人赞叹不已。1957年量子电动力学计算的电子反常磁矩值为 $\mu = 1.0011614\mu_B$  ( $\mu_B$ 为玻尔磁子),它与以前所得的精密实验值 $\mu = (1.001167 \pm 0.000005)\mu_B$ 符合到第六位有效数字!到了1984年,物理学家竟然能写出它的十二位有效数字: $\mu/\mu_B = 1.001159652193$ 。更有甚者,1987年H. Dehmelt小组测得的:这一量值的最新结果是

$$\mu/\mu_B = 1001159652187.9(4.3) \times 10^{-12},$$

达到了13位有效数字。H. Dehmelt为此分享了1989年诺贝尔物理奖②。遗憾的是,物理学中这样高度量化的研究方法未能推广到其它学科,如生命科学和社会科学中去。这是因为在这些领域中的现象要错综复杂得多,理论家所需的素材(观察资料)很

① 参看A.P. 弗伦奇,牛顿力学,人民教育出版社,1980,第八章,§16。

② 参看郭奕玲,《物理通报》1990年第1期,第1页。

少可能有物理学中那样的精度，因而他们无法建立起较为完善的数学模型。

由于定量的方法在物理学中获得如此的成功，在这个领域中“定性”一词往往成了带贬意的字眼儿。卢瑟福有句名言：“定性就是定量化不够”。在一些人的心目中，作定性的分析是出于不得已，只有高度定量化才是最重要的。其实这种认识是片面的，事情并不尽然。我们可以举些例子来说明。

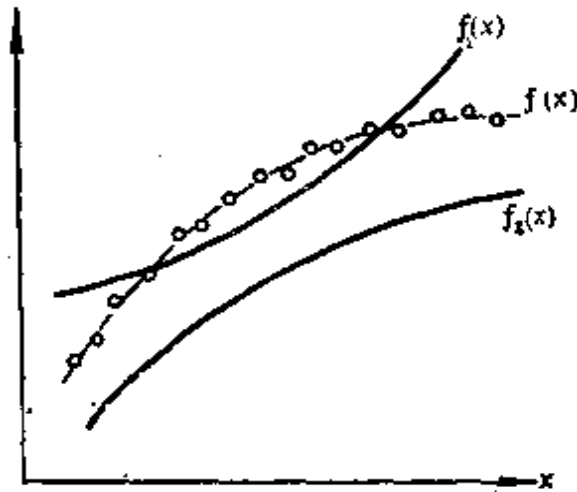


图 0-1 理论曲线与实验曲线的拟合

设想图 0-1 中的虚线  $f(x)$  是一条实验曲线，实线  $f_1(x)$  和  $f_2(x)$  是建立在两个不同模型上的理论曲线，它们都与实验曲线拟合得不太好。从定量的意义上说， $f_1(x)$  的曲线稍好些，因为偏差  $\int |f_1(x) - f(x)| dx < \int |f_2(x) - f(x)| dx$ ，但从定性的趋势看， $f_2(x)$  比  $f_1(x)$  更接近  $f(x)$ 。为了进一步探索这实验现象的机理，你更倾向于哪个理论模型呢？我猜大多数理论物理学家宁愿要  $f_2(x)$ ，认为它背后的理论模型更接近真正的机理，尽管它给出的定量结果比  $f_1(x)$  的偏差大。讲这个例子，我不是要证明什么，只是想揭示人们心理上的一个自然倾向，即乐于承认曲线的定性趋势所具有的内在价值。

作为另一个例子，我们考虑圆电流在自身所在平面内的磁场

分布。学过普通物理的人谁都知道，圆心处的磁感应强度为

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R} \quad (\text{定义为 } B_0), \quad (0.1)$$

式中  $R$  为圆线圈的半径， $I$  为电流强度。圆心以外的地方情况怎样呢？原则上我们是可以根据毕奥-萨伐尔定律来计算的，甚至其结果还可以用解析式表达出来<sup>①</sup>。在圆内 ( $r < R$ )，

$$B(r) = \frac{2B_0}{\pi} \frac{1}{1-k^2} \int_0^{\pi/2} \sqrt{1-k^2 \sin^2 \theta} \, d\theta, \quad (0.2)$$

在圆外 ( $r > R$ )，

$$B(r) = -\frac{2B_0}{\pi} \left[ \frac{k'}{1-k'^2} \int_0^{\pi/2} \sqrt{1-k'^2 \sin^2 \theta} \, d\theta - k' \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{1-k'^2 \sin^2 \theta}} \right], \quad (0.3)$$

这里  $k = 1/k' = r/R$ ， $r$  为场点到圆心的距离。以上两式包含了第一、二类全椭圆积分，它们的数值可以在数学手册中查到，也可以利用它们的级数展开式作数值计算。所得数值结果还可以用曲线表示出来，如图 0-2。不过，如果不是某种实验装置或工程技术设

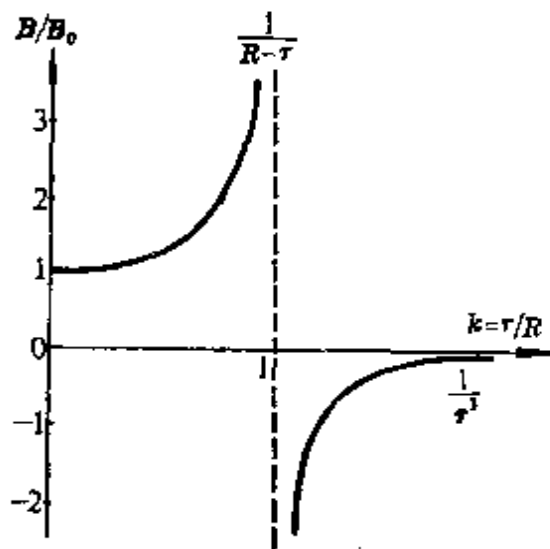


图 0-2 圆电流在自身所在平面内的磁场分布

<sup>①</sup> 参看彭中汉，蔡领，《大学物理》1983年第11期，12页。

计的需要,看了(0.2)和(0.3)那样的复杂公式,我们对磁场的分布能形成些什么概念呢?图0-2中的曲线倒能给我们一个大概的印象,它告诉我们,由圆心趋向圆周( $r \rightarrow R$ )时, $B \rightarrow \infty$ ;过渡到圆外, $B$ 突然反向,随着 $r \rightarrow \infty$ , $B$ 从 $-\infty \rightarrow 0$ .在 $r = R$ 和 $\infty$ 处 $B$ 的渐近行为是怎样的?回答这个问题,可以取(0.2)和(0.3)式在 $k \rightarrow 1$ , $k' \rightarrow 1$ 和0时渐近表达式.但我们可以有更简单的办法:当场点趋近圆周时,圆弧可看成是无限长的直导线,所以在这里 $B$ 的渐近行为是反比于 $R - r$ 的;当 $r \rightarrow \infty$ 时,圆线圈看起来象个磁偶极子,从而 $B$ 渐近地反比于 $r^3$ .仔细的验证会告诉我们,(0.2)和(0.3)式的渐近行为确实如此.如果不是这样,那就是什么地方推导错了,故而用这种取极限情形的方法还可检查繁复计算的对错.如果我们根本就不需要定量的结果,利用上述取极限的方法,我们可立即得到磁场分布的一个大致概念.这种取极限情形的方法,是物理学中重要的定性方法之一.讲这个例子,我是想说明,并非在所有的场合下繁复的计算都是必要的.有时定性的方法来得更为有效.

我国物理教学的优良传统,是课程的内在联系紧密,论述条理清晰,逻辑严整.这样可使学生获得的知识在结构上不是零散现象的罗列和定律的堆砌,而是一个有层次、有组织的有机整体.正象近代庞大计算机的软件那样,这种知识结构有利于“读出”和“写入”,其中还有各种层次的“子程序”、“功能块”,调用起来也很方便.然而,我们总觉得,在我们的教学中还缺少点什么.问题在于,我们的学生不是亲自编写“程序”的人,他们不知问题的来龙去脉,不体会独立创新工作中的甘苦.每逢遇到问题,我们的学生总喜欢用系统的理论工具去作详尽的定量计算,或利用现有的仪器埋头于细致的测量,尽管有的问题本可以通过简单的思考就能得到定性的或半定量的结论.下面我想引用一段费因曼的故事,这

直接摘自他的一本回忆录。<sup>①</sup>故事描述他第二次去日本时遇到的情况。

“在我所到的地方，每位搞物理的人都告诉我他们正在做什么，我也愿意同他们讨论。通常他们先一般地讲讲问题的所在，然后就开始大串大串地写起公式来。

“‘等一下’，我说：‘这个一般性问题有特例吗？’

“‘怎么会没有？当然有。’

“‘好吧，请给我举个例子，’这是为了我自己，因为我不能普遍地理解任何事，我心中必须怀着一个特例，注视着它如何发展。起初有些人以为我有点迟钝，以为我不懂，因为我问了许多‘愚蠢的’问题，如‘阴极是正的还是负的？’‘阳离子往这边走，还是往那边走？’

“但是过了一会儿，当这位朋友停在一串方程式中间想说点什么的时候，我却说：‘请稍等一下，这儿有个错！那不可能是对的！’

“此人检查一下他的公式，过了一会儿，果真发现了错误。他很惊讶，想道：‘真见鬼，这家伙怎么搞的，开初他简直不懂，现在怎么会在这团乱糟糟的公式中找出个错儿？’

“他以为我在跟着他一步步地作数学推演，其实不是那么一回事。我心中有了特殊的物理实例，这正是他企图分析的问题。我从直觉和经验知道这件事的性质。所以当公式告诉我们说这件事应如此这般时，我一感到不对头，就跳起来说：‘等等，那有个错儿！’

“这样，在日本，没有物理实例我就不懂，也不能和任何人讨论问题。但他们经常给不出实例来。即便给出来，也往往是个弱例，就是说，这问题本可用简单得多的分析方法来解决。

<sup>①</sup> Feynman, R. P.; "Surely You're Joking, Mr. Feynman." W. W. Norton & Co. 1985, p. 223. (中译本：吴丹迪等译《爱开玩笑的科学家——费曼》，科学出版社，1989.)

“因为我总不问数学方程，而是问他们想搞的问题的物理实例，我的访问被总结到一篇油印的文章里，在科学家中间传阅。文章的标题是《费因曼的轰炸和我们的回击》。”

当一位成熟的物理学家进行探索性的科学研究时，常常从定性的或半定量的方法入手。这包括对称性的考虑和守恒量的利用、量纲分析、数量级估计、极限情形和特例的讨论、简化模型的选取、以至概念和方法的类比，等等。他们通过定性的思考或半定量的试验，力求先对问题的性质、解的概貌取得一个总体的估计和理解。否则一下子陷入细枝末节的探讨，往往会一叶障目，只见树木，不识森林<sup>①</sup>。这种定性或半定量的分析问题的能力，对初学者来说却是最难不过的。因为这要靠一定的物理直觉和洞察力，没有相当的经验和功力是做不到的。但是，青年学生应从头培养这种能力。平常除了刻苦学习之外，还应勤于思考（但不是空洞的思辩），以寻找各种事物之间的内在联系。经过定量计算或精密测量之后，对所得的某些结果人们未必就知道其所以然。从整体上作了定性思考之后，才有可能抓住问题的本质。有意识地这样锻炼下去，久而久之，就会融会贯通。孔夫子曰：“学而不思则罔（无知），思而不学则殆（危险）。”哲理名言，似乎也适用于这层意思。

---

<sup>①</sup> 本书封面上那副“瀑布”的怪画里，每个局部看上去似乎都是正确的，但总体上看，水流竟然会周而复始地自动循环起来，而且还推动着磨坊的一架水轮机。这岂不成了一架“永动机”？！此画可作为上面这段正文的一个绝妙的注脚。

“瀑布”这幅怪画与那幅美妙的“骑士图”出自同一位作者，他就是当代杰出的荷兰画家埃舍尔（M. C. Escher）。埃舍尔的作品构思巧妙，立意奇特，蕴含深刻的哲理，在西方极有影响。可惜中国人对他的作品还不太熟悉。感谢杨振宁先生首先把他的“骑士图”介绍给中国读者（见本书第一章图 1-22 和该处有关的段落）。好意的装帧设计人又将它选用在本书封面上，与那幅“瀑布”叠印在一起，使之相得益彰，令人绝倒！



# 第一章 对称性原理

## § 1. 什么是对称性?

在现代物理学中对称性是个很深刻的问题。在粒子物理、固体物理、原子物理等许多领域里,对称性问题都很重要。描述对称性的数学语言是群论,这里不打算用群论方法去探讨一些较深的问题,而是介绍对称性原理在基础物理中的应用。

对称性的概念最初来源于生活。在艺术、建筑等领域中,所谓“对称”,通常是指左右对称。人体本身就有近似的左和右的对称性。各类建筑,特别是很多民族的古代建筑,都有较高的左右对称性。我国古代的宫殿、寺庙和陵墓建筑尤为突出,而园林建筑的布局则错落有致,于不对称中见对称。

左右对称只是各种对称性中的一种。除了左右对称之外,读者也许还会想到轴对称、球对称等概念。在数学和物理学中对称性的概念是逐步发展的,今天它已具有十分广泛的含义。为了说明在最普遍的意义下什么是对称性,我们得先引入一些概念。

首先是“体系”,它是我们研究的对象;其次是“状态”,同一体系可以处在不同的状态;不同的状态可以是“等价”的,也可以是“不等价”的。设想我们有一个圆,这是个几何学中理想的圆(图1-2a),在它的圆周上打个点作为记号,点在不同的方位代表体系(圆)处在不同的状态。如果我们所选的体系中不包括这个记号,其不同的状态看上去没有区别,我们就说这些状态都是等价的。如果把这个记号包括在我们所选的体系之内,则不同的状态将不等价。

我们把体系从一个状态变到另一个状态的过程叫做“变换”,



图 1-1 左右对称的天安门

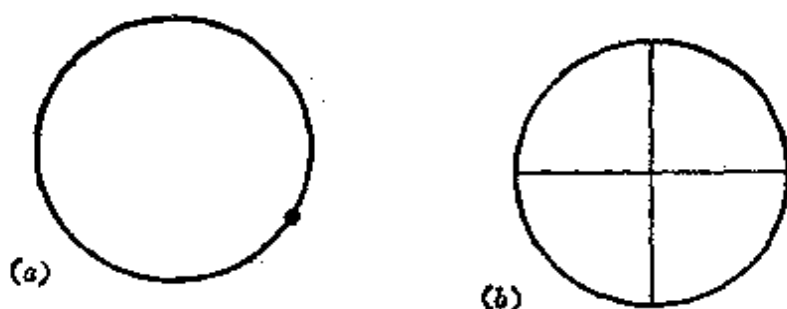


图 1-2 圆的对称性

或者说，我们给它一个“操作”，如果一个操作使体系从一个状态变换到另一个与之等价的状态，或者说，状态在此操作下不变，我们就说这体系对于这一操作是“对称的”，而这个操作叫做这体系的一个“对称操作”。例如图 1-2a 中那个圆（不考虑上面的记号）对于围绕中心旋转任意角度的操作来说都是对称的；或者说，旋转任意角度的操作都是这圆的对称操作。如果我们在圆内加一对相互垂直的直径（见图 1-2b），这个体系的对称操作就少得多了，转角必须是  $90^\circ$  的整数倍，操作才是对称的。由此可见，图 1-2b 中的图形要比单纯一个圆的对称性少多了。

以上这个有关“对称性”的普遍定义，是德国大数学家魏尔 (H. Weyl) 首先提出来的。

最常用的对称操作是时空操作，转动、平移、镜象反射、标度变换等属空间操作，时间平移、时间反演等属时间操作。除了时空操

作之外,物理学中还用到许多其它的对称操作,如置换、规范变换、电荷共轭变换(即粒子与反粒子之间的变换)和某些动力学变换等,其中有的比时空变换抽象得多.下面我们先有选择地介绍其中一些.

### 1. 镜象对称

通常说“左右对称”,确切的名称是镜象对称,或者说宇称(parity),相应的操作是空间反射(镜面反射).在这种操作下,沿反射镜面法线方向的坐标  $x \rightarrow -x$ ,其它方向不变,于是左手变成右手(图 1-3).

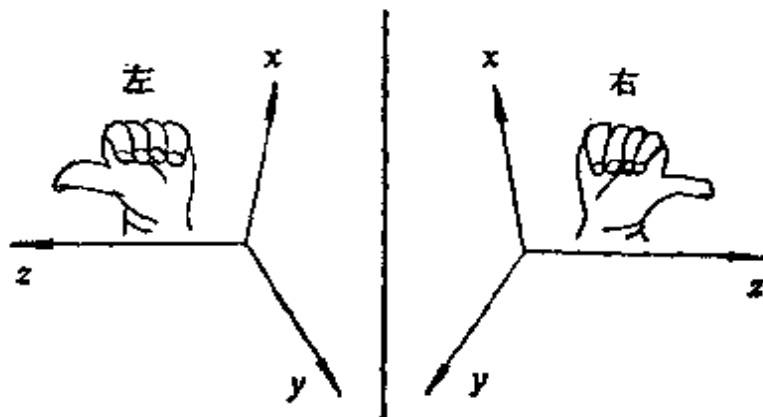


图 1-3 空间反射与镜象对称

物理学中有各式各样的矢量,它们在空间反射操作下该怎样变换?对于位置矢量  $\boldsymbol{r}$  来说,这是清楚的:与镜面垂直的分量反向,平行的分量不变.和  $\boldsymbol{r}$  相联系的速度  $\boldsymbol{v}$ 、加速度  $\boldsymbol{a}$ 、乃至力  $\boldsymbol{f}$  等矢量都应有相同的变换规律.但是存在另一类矢量,它们在空间反射操作下具有不同的变换规律.绕定轴的角速度

$$\boldsymbol{\omega} = \frac{\boldsymbol{r} \times \boldsymbol{v}}{r^2} \quad (\boldsymbol{r} \perp \text{转轴})$$

就是这样.如图 1-4 所示,在空间反射操作下,  $\boldsymbol{\omega}$  与镜面垂直的分量不变,平行的分量却反向.和  $\boldsymbol{\omega}$  相似,角位移和角加速度、以及力矩等矢量都应有这样的变换规律.通常把空间反射时服从前一

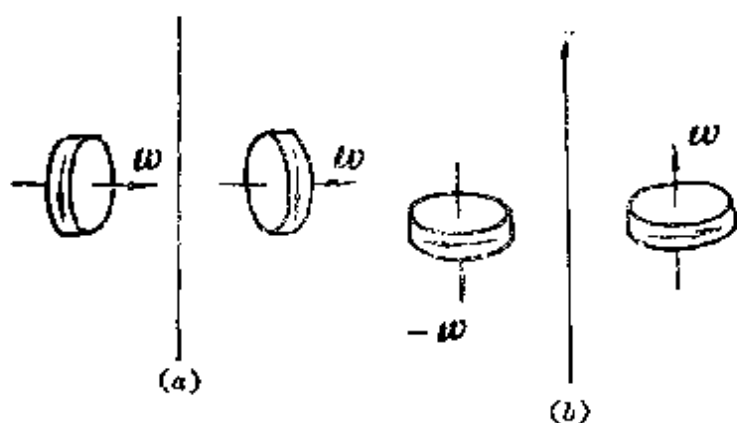


图 1-4 角速度的空间反射变换

类变换规律的矢量叫极矢量, 后一类叫轴矢量. 说实在的, 也许根本不应该把轴矢量看成真正的矢量, 因为它们所描述的实际上是一个平面内的事物. 用个矢量来表示, 不过是一种约定. 轴矢量往往由两个极矢量的矢积构成, 如果我们统一用右手坐标系来定义矢积的方向, 则轴矢量必然会有与极矢量相反的空间反射变换规律.

从库仑定律可以论证, 电场  $E$  是极矢量; 从毕奥-萨伐尔定律可以论证, 磁场  $B$  是轴矢量. 以上结论留给读者作为练习, 自己去推论.

镜像对称是物理学中最重要的对称性之一. 我们暂时介绍到这里, 下面还要不断地回到这个问题上来.

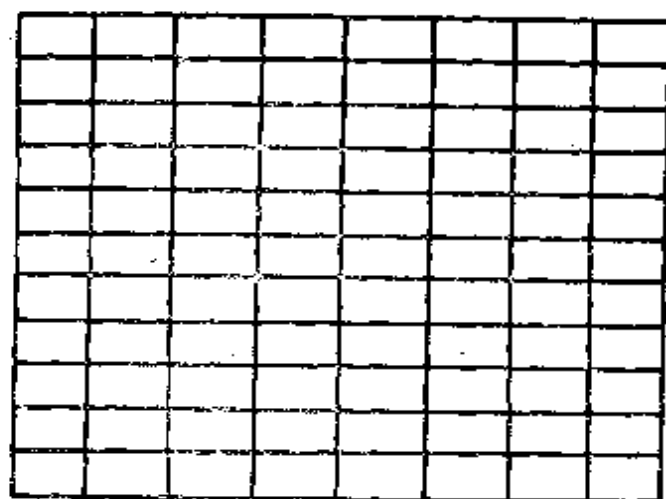
## 2. 转动与平移

图 1-2 中所举的都是绕定轴转动的例子. 若一体系绕某个轴每转  $2\pi/n$  角度后恢复原状, 则该轴称为  $n$  次轴. 例如图 1-2a 中带点的圆周只有 1 次轴, 图 1-2b 中带十字的圆具有 4 次轴; 正方形具有 4 次轴, 而长方形只有 2 次轴; 等边三角形具有 3 次轴, 正六边形具有 6 次轴, 当然它同时也是 3 次轴和 2 次轴.

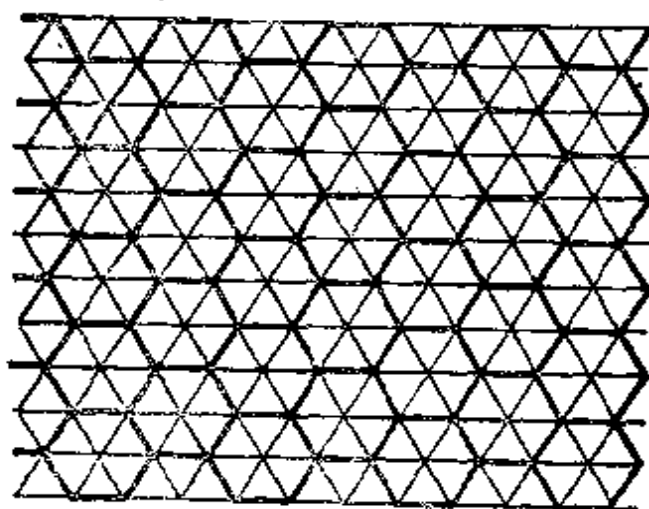
下面我们看平移的例子. 一条无穷长的直线对沿自身方向的任何平移是不变的, 即它具有这种平移对称性. 一个无穷大的平

面对沿面内的任何平移也是不变的，故它也具有平移对称性，而这里的平移是二维的。倘若如图 1-5 所示，在无穷大的平面内打上均匀的格子，则只有受到特殊限制的平移才构成对称操作，即平移只能沿某几个特殊的方向走若干整数步，步长等于该方向格子的边长。

严格周期性的网格在具有平移对称性的同时，还具有一定的转动对称性。例如图 1-5a 中所示的长方形网格具有 2 次转动对称，垂直纸面通过每个格点和空格中心都有一条 2 次轴。图 1-5b



(a) 长方形网格



(b) 三角形与六角形网格

图 1-5 平面网格的平移对称性

本是三角形网格，若略去其中细线不看，只看粗线，则是六角形的蜂窝状网格。垂直纸面通过三角形网格的每个格点和中心都有一条3次轴；垂直纸面通过六角形网格的中心有一条6次轴，而通过其格点只有3次轴。

我们知道，夫琅禾费衍射相当于进行一次傅里叶变换。<sup>①</sup>衍射主极强处于倒格点的位置。下面结合二维格点作些具体说明。设想在图1-5所示网格的每个格点上放置一个点状衍射物(原子)，它们的位矢  $\mathbf{R}_n$  可用两个基矢  $\mathbf{a}_1$ 、 $\mathbf{a}_2$  来表述：

$$\mathbf{R}_n = n_1 \mathbf{a}_1 + n_2 \mathbf{a}_2, \quad (1.1)$$

这里  $n = (n_1, n_2)$  是一对任意整数(见图1-6的上部)。二维衍射的理论告诉我们，如果入射光的波矢  $\mathbf{k}$  垂直于格点所在的平面(图1-6的纸平面)，则衍射主极强的方向沿  $\mathbf{k} + 2\pi \mathbf{K}_h$ ，这里

$$\mathbf{K}_h = h_1 \mathbf{b}_1 + h_2 \mathbf{b}_2, \quad (1.2)$$

式中  $\mathbf{b}_1$  和  $\mathbf{b}_2$  称为倒格矢，它们的方向分别与  $\mathbf{a}_2$  和  $\mathbf{a}_1$  垂直，而大小  $b_1 = 1/a_1$ ， $b_2 = 1/a_2$ ，亦即

$$\mathbf{a}_i \cdot \mathbf{b}_j = \delta_{ij} \quad (i, j = 1, 2), \quad (1.3)$$

式(1.2)中的  $h = (h_1, h_2)$  为另一对任意整数，称为密勒指数，它们标志衍射斑的级别。由式(1.3)，

$$\mathbf{K}_h \cdot \mathbf{R}_n = h_1 n_1 + h_2 n_2 = \text{整数},$$

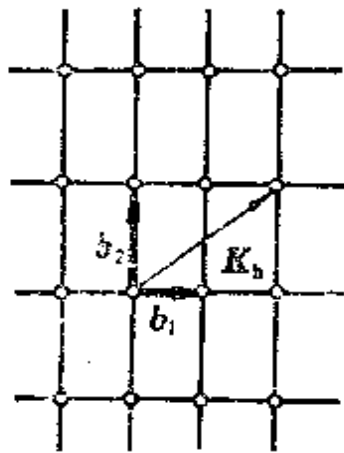
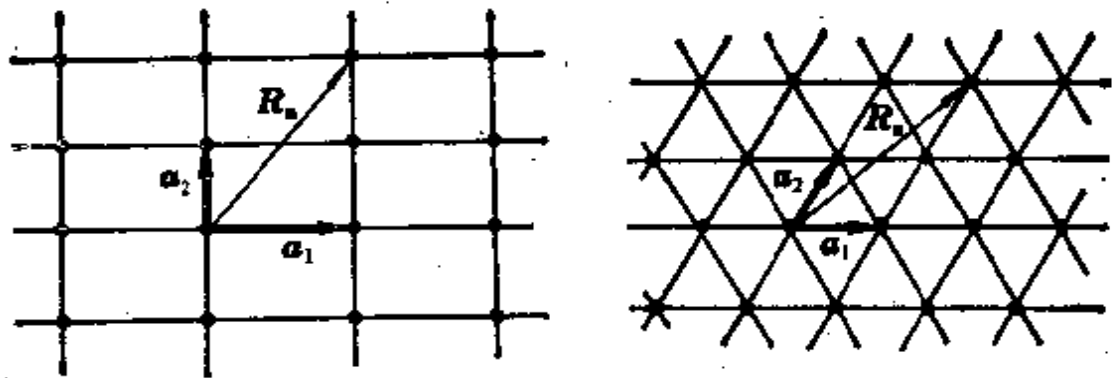
对任何  $h, n$ ，有

$$\exp(2\pi i \mathbf{K}_h \cdot \mathbf{R}_n) = 1. \quad (1.4)$$

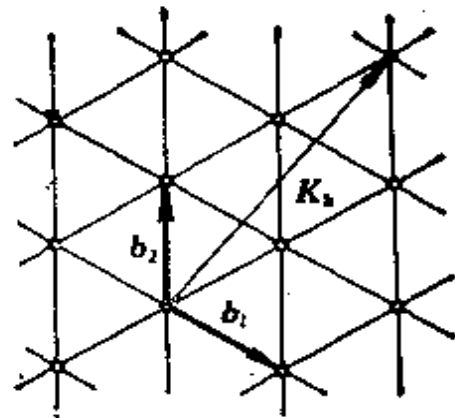
倒格矢与衍射斑的分布情景示于图1-6的下方。可以看出，它们保持着原始格点的平移对称性和相同次数的转动对称性，然而图样的取向似乎转了  $90^\circ$ 。

应当指出，平移的周期性限制着格子转动对称性的级次。用群论可以证明，在严格周期性的格子中只能有1次、2次、3次、4

<sup>①</sup> 参见赵凯华、钟锡华：《光学》下册，第五章，§4，北京大学出版社，1984。



(a) 长方形点阵



(b) 三角形点阵

图 1-6 点阵的基矢和倒格矢

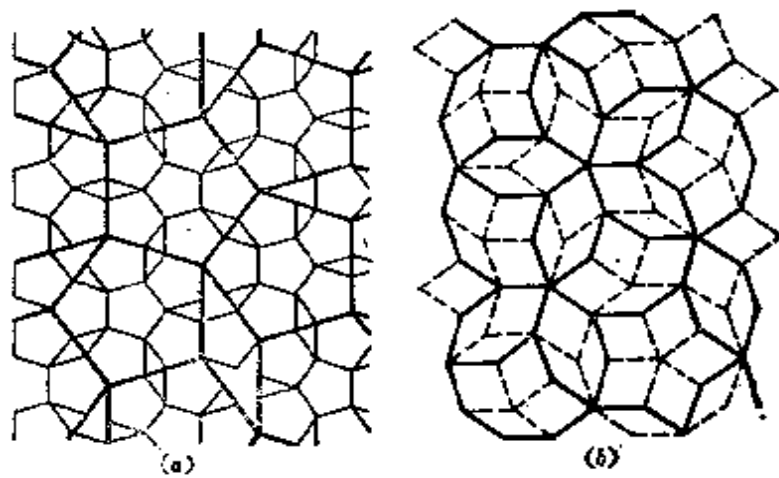


图 1-7 二维 Penrose 格子

次和6次轴,而不能有其它的,如5次、8次轴等。道理是显然的:我们可以用长方形、正方形、等边三角形、正六边形的砖铺满路面,但谁也无法只用正五边形或正八边形的砖铺砌路面而不留下空隙。对三维的点阵情况也是如此,所以从来在晶体的X射线衍射图样中只有上述级次的转动对称轴。但是,1984—1985年间却发生了一件希罕的事,先是Shechtman等人<sup>①</sup>在急冷的铝锰合金中发现包含5次轴的金属相,继则郭可信等人<sup>②</sup>在钛钒镍合金中也发现了同样的对称性,这一发现立即在国际上引起了强烈的反响。

有趣的是,早在1974年英国数学家Penrose试图用正五边形覆盖平面,发现五边形之间需填补菱形、尖帽形等多种图形,才能铺满平面(见图1-7a)。如果把此图中相邻五边形的中心连接起来,我们就得到图1-7b中实线构成的图样。用虚线进一步将图1-7b分割,我们就会发现,只需用胖、瘦两种菱形就可将平面铺满。Penrose铺砌法既没有平移周期性,也没有严格的5次的转动对称性,但1982年英国晶体学家Mackay以Penrose点阵(即在Penrose图样的每个节点上放置一个“原子”而构成的点阵)作光学衍射实验,结果得到了具有 $5 \times 2 = 10$ 次对称而没有平移周期的明锐衍射斑。这一意外的结果当时并没有引起很多注意,上述奇特金相的发现,才使人们重新想起了Penrose铺砌问题。

为什么Penrose点阵会具有明锐的10次对称衍射斑?让我们再仔细看看图1-7。在图1-7a内的每个正五边形中心都有一个局部的5次轴;在图1-7b内也可发现许多正五星形,在它们的中

① D. Shechtman *et al*, *Phys. Rev. Lett*, 53, 1951(1984)

② 郭可信,《物理》14(8), 449(1985)

张泽,叶恒强,郭可信, *Phil. Mag*, A52, L49(1985)

还可参考:冯国光《大学物理》1986年第10期, p. 1; 张泽、王大能《物理》16(9), 557(1987)。

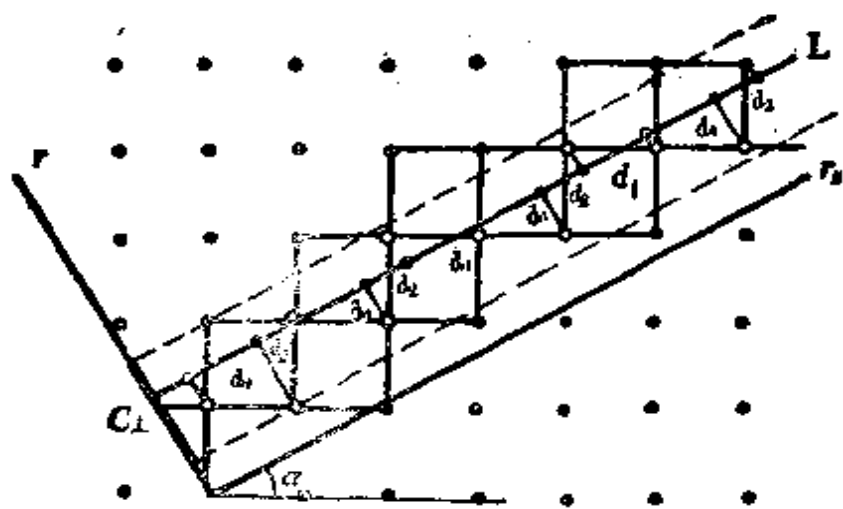


心也有一个局部的 5 次轴。从线段的取向来看，两图中都只有十个，它们以等角距平分整个圆周角。我们说，Penrose 格子具有长程的取向有序，但无平移周期性。这类格子称为准格子，原子按这种格子排列起来形成的“晶体”，称为准晶体。可以证明，准格子通常是具有严格周期性的高维格子以无理数为斜率向低维空间投影的结果。<sup>①</sup> 二维 Penrose 格子是五维或六维立方格子沿某个特殊方向在二维空间上的投影。用投影的方法可以简捷地解释准格子产生明锐衍射斑的问题，下面我们用二维正方格子向一维的投影作为示范。

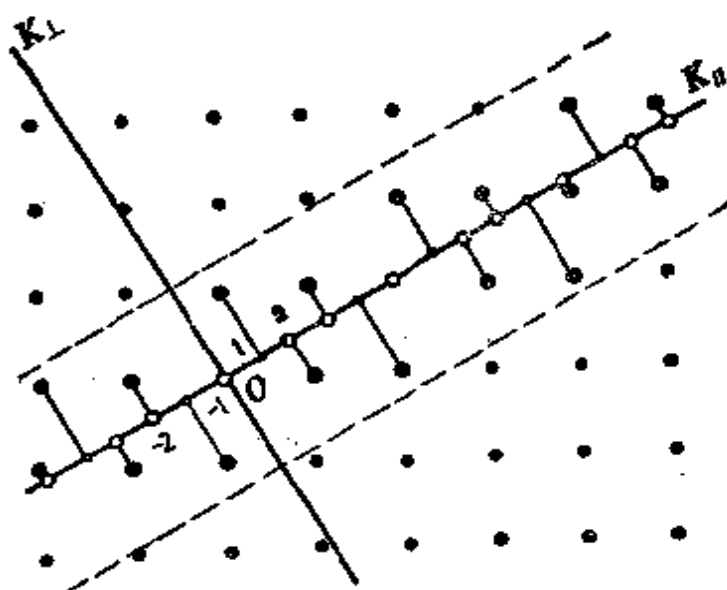
如图 1-8a，在二维正方格子的平面内选一斜线  $L$ ，作为物理空间，取每个被  $L$  穿过的正方格子的左下顶点（图中用空心小圈表示），它形成全体二维点阵的一个子集  $\mathcal{L}$ ，将  $\mathcal{L}$  内的格点投影到  $L$  上，得到图中  $L$  上的一系列黑点，这就是我们需要的一维准格子（衍射屏）。为简单计，取方格子的边长为 1。可以看出， $L$  上相邻格点之间的距离只有两种： $d_1 = |\cos \alpha|$  和  $d_2 = |\sin \alpha|$ ，在图中示出的那一段上，它们排列的顺序是  $\cdots d_1 d_2 d_1 d_2 d_1 d_1 d_2 d_1 d_1 d_2 \cdots$ ，只要  $L$  的斜率  $\tan \alpha$  是无理数，这里就不会有周期性的规律。取直角坐标轴  $r_{\parallel}$  和  $r_{\perp}$ ，分别平行和垂直于  $L$ ，将二维格子的位矢  $R_n$  按此坐标系分解为  $R_{\parallel}$  和  $R_{\perp}$  分量。子集  $\mathcal{L}$  内各点  $R_{\parallel}$  的集合记作  $\mathcal{L}_{\parallel}$ ，它们就是  $L$  上格点的坐标， $\mathcal{L}$  内各点  $R_{\perp}$  的集合记作  $\mathcal{L}_{\perp}$ ，这些投影位于图 1-8(a)  $r_{\perp}$  轴上介于两平行虚线之间的那段粗线段  $O_{\perp}$  内，其长度  $\nu = |\cos \alpha| + |\sin \alpha|$ 。设  $\mathcal{L}$  内共有  $N$  个点，可以证明，由于  $\tan \alpha$  为无理数，当  $N$  足够大时，它们在  $O_{\perp}$  线段上投影是均匀密集分布的，从而具有线密度  $N/\nu$ 。

现在我们看图 1-8b 所示的倒格矢空间。对于单位边长的正方格子，其倒格子也是单位边长的正方格子，格点的位置代表二维

<sup>①</sup> V. Elser, *Acta Cryst.* **A42**, 36(1986).



(a) 实空间的投影



(b) 倒格矢空间的投影

图 1-8 二维正方格点在一维空间上的投影

点阵夫琅禾费衍射斑之所在。以倒格矢  $\mathbf{K}=0$  的地方(0级衍射斑)为原点取直角坐标轴  $K_{\parallel}$  和  $K_{\perp}$ , 分别平行和垂直于  $L$ 。物理空间  $L$  上一维准格子的衍射花样将沿倒格空间的  $K_{\parallel}$  轴分布。计算  $K_{\parallel}$  轴上任意点  $\mathbf{K}$  处的衍射振幅  $S(\mathbf{K})$  是不容易的, 但由于  $\tan \alpha$  是无理数, 各倒格矢的  $K_{\parallel}$ 、 $K_{\perp}$  分量有一一对应关系, 全倒

格空间的点阵在  $K_x$  轴上的投影无一重叠，它们均匀密集地排列在  $K_x$  轴上，故对于  $K_x$  轴上任何坐标为  $K$  的点，总可找到许多无限靠近它的点，它们是二维倒格矢的投影。所以我们不必考虑普遍的  $K$  点，只需考虑这些投影处的衍射振幅，它们是容易计算的。

$$\begin{aligned}
 S(K_x) &= \sum_{R_j \in \mathcal{L}_j} \exp(2\pi i K_x R_j) \\
 &= \sum_{R_\perp \in \mathcal{L}_\perp} \exp(-2\pi i K_\perp R_\perp) \\
 &= \frac{N}{\nu} \int_{\mathcal{L}_\perp} \exp(-2\pi i K_\perp R_\perp) dR_\perp \\
 &\propto N \sin(\pi |K_\perp| \nu) / \pi |K_\perp| \nu. \quad (1.5)
 \end{aligned}$$

在上面的推导中，从第一行过渡到第二行，用到了式(1.4)和关系式  $\mathbf{K} \cdot \mathbf{R} = K_x R_x + K_\perp R_\perp$ ；将对  $R_j \in \mathcal{L}_j$  求和换为对  $R_\perp \in \mathcal{L}_\perp$  求和，用到了  $R_j$  和  $R_\perp$  之间的一一对应关系。最后一行未写等号，是因为这里省略了一个相因子，它对强度  $I(K_x) = |S(K_x)|^2$  的计算是无关紧要的。

式(1.5)中的函数与光学中单缝衍射因子是一样的，大家比较熟悉。忽略一些小的起伏不计，粗略地说， $I(K_x)$  随  $|K_\perp|$  的增大而急剧减小，亦即，只有图 1-8b 中距  $K_x$  轴不远的倒格点的投影处(图中空心小圈)才有较大的衍射强度。 $|K_\perp|$  越小，强度越大(图中用较大的圈表示)。当  $|K_\perp|$  大到一定范围之外(譬如说，图中两条平行虚线之外)，相应的  $K_x$  处衍射强度已低于探测仪器的灵敏度，可不再考虑。两虚线之间倒格点的投影是离散的，这表明，图 1-8a 中  $L$  上的一维准点阵将产生明锐的衍射斑。若一维点阵的分布完全随机，不会产生明锐衍射斑，因此，准周期性的点阵产生明锐衍射斑的结论，使我们有点意外。

现在回到 Penrose 点阵上来。图 1-9 所示是三维空间里的一个正二十面体，它共有 12 个顶点，我们用空心小圈表示它上半部

的6个顶点，从二十面体的中心 $O$ 引向这6个顶点，可得6个矢量，其中“1”是个5次轴。将六维立方点阵沿适当方向投影到三维空间里，可以将六维立方格子的6个基矢投影到图1-9所示的那6个矢量的位置上。注意：这里所说的六维立方格子的投影，既在物理空间，也在倒格空间里进行，6个基矢的投影方向是一致的。在物理空间内，用这6个基矢可以构成三维准周期的 Penrose 格子，新近发现的准晶体相，就具有这种准二十面体的结构。在倒格空间里，中央对应 $K=0$ 的 $O$ 点是0级衍射斑。在图1-8b中，1, 2和-1, -2各点是二维 $K$ 空间原点近邻的一维投影，那里具有较大的衍射振幅和衍射强度。同理，在图1-9中1, 2, 3, 4, 5, 6和它们的对角顶点-1, -2, -3, -4, -5, -6是六维 $K$ 空间原点近邻的三维投影，这里也具有较大的衍射振幅和衍射强度。其它衍射振幅较强的点将同样地对称性分布在它们的周围。如果进一步投影到垂直于与图1-9中矢量“1”的平面上，就得到二维的 Penrose 格子，它的衍射花样将有5次和10次的旋转对称性（参

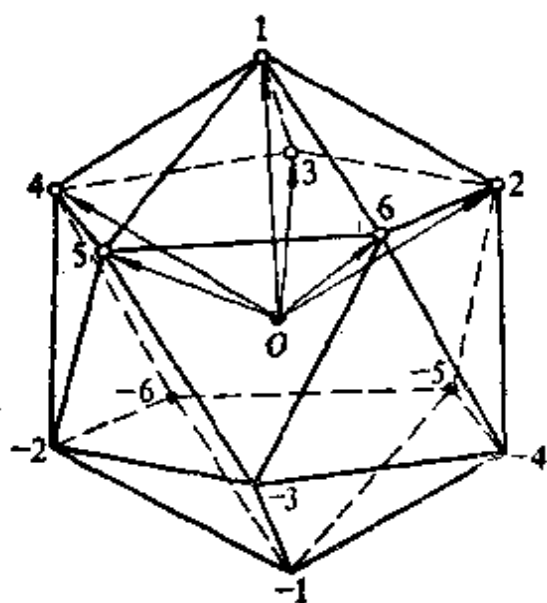


图 1-9 二十面体对称性

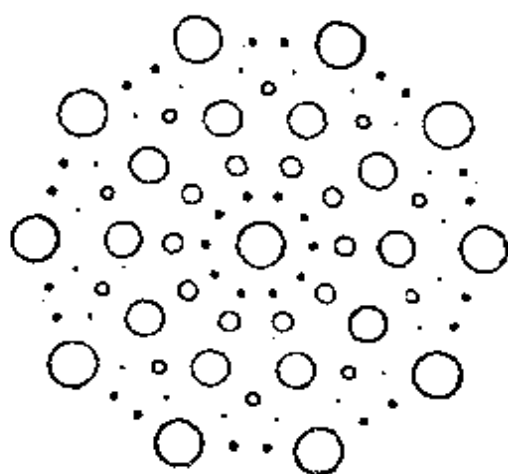


图 1-10 二十面体准晶格的十次对称衍射图  
(图中圆圈的大小代表衍射斑的强弱)

见图 1-10)。

继 5 次和 10 次旋转对称的准晶发现之后, 近年来又发现 8 次<sup>①</sup>和 12 次<sup>②</sup>旋转对称的准晶体(参见图 1-11 和 1-12)。

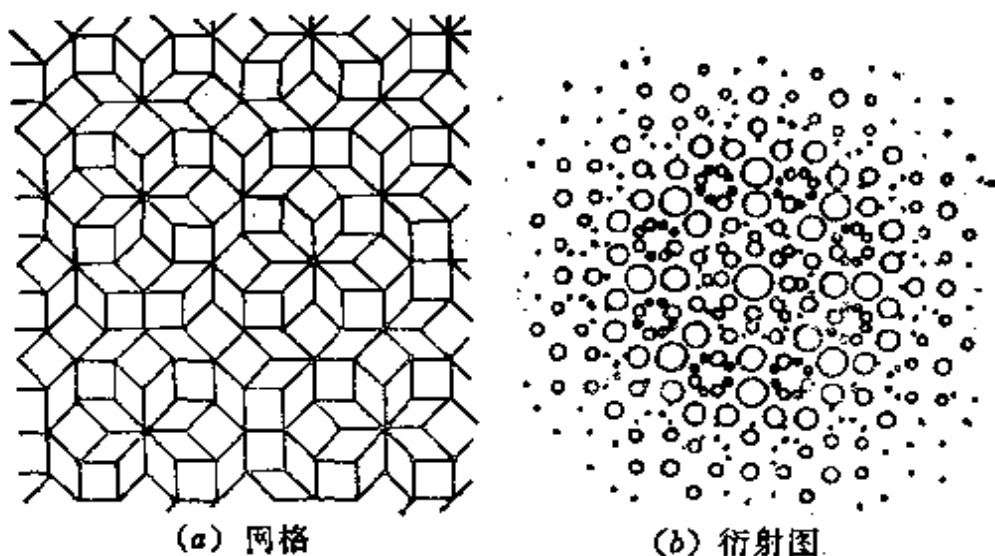


图 1-11 8 次轴准晶

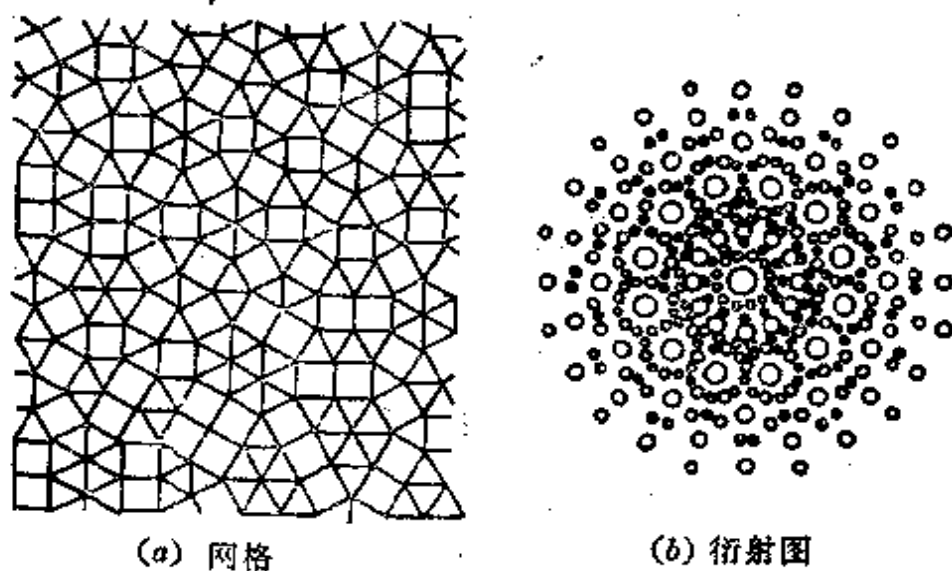


图 1-12 12 次轴准晶

① N. Wang, H. Chen, K. H. Kuo, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 1010(1987); N. Wang, K. K. Fung, K. H. Kuo, *Appl. Phys. Lett.* **52**, 2120(1988).

② T. Ishimasa, H. U. Nissen, Y. Fukano, *Phys. Rev. Lett.* **55**, 511(1985); H. Chen, D. X. Li, K. H. Kuo, *Phys. Rev. Lett.* **60**, 1645(1988).

### 3. 标度变换

“标度不变性”的概念对许多读者是比较生疏的，但它是近年来物理学中一个饶有兴味的问题，我们这里也花些笔墨作一定的介绍。

所谓“标度变换”，通俗地说，就是放大或缩小。乍看起来，在物理世界中具有标度不变性的事物并不那么容易找到。海洋中却生长着一种甲壳动物，叫做鹦鹉螺(nautilus)，它们美丽的外壳为标度不变性提供了一个很好的范例(见图 1-13)。在数学中可以用平面极坐标( $r, \theta$ )描述一条螺线，具有标度不变性的函数关系是  $\ln r \propto \theta$ ，这时当整个图形放大或缩小时，只需转过一个角度，

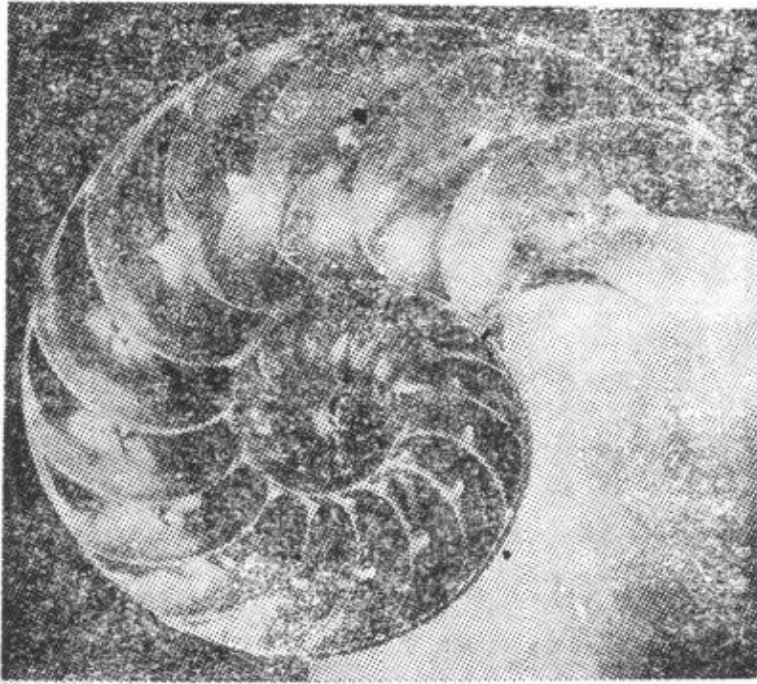


图 1-13 呈对数螺线状的鹦鹉螺壳具有标度不变性

就可与原来的曲线重合。鹦鹉螺壳的剖面显示出的正是这种对数螺线。早在 1683 年笛卡儿就描述过这种曲线，因为，这种曲线的切线与径矢之间夹角处处保持恒定，笛卡儿叫它“等角螺线”(equiangular spiral)。“对数螺线”的名称是瑞士数学家伯努利

(J. Bernoulli)取的,是他首先发现这曲线的标度不变性。他感到这曲线具有如此美妙的性质,嘱咐要把它铭刻在自己的墓碑上,并附上一句颂词: *Eadem mutata resurgo*(图 1-14),意思是“虽然改变了,我还是和原来一样!”是造物主无边的智慧赋予螺壳这样一种美妙的属性吗?在自然界中动物和植物生长时细胞分裂的规律是一个变两个、两个变四个、四个变八个,等等,即生物的生长服从指数律,因而在某些动物和植物身上可以找到对数螺线,这绝不是偶然的。鸚鵡螺壳的形状不是绝无仅有的天然对数螺线,如果我们仔细观察向日葵的花盘(图 1-15),就会发现,一粒粒葵花籽在花盘上也排列出很多条相互交织着的对数螺线。细心的读者一定会在自然界里观察到更多的对数螺线。



图 1-14 伯努利墓碑上的对数螺线铭文

现在让我们回到物理世界来。其实,在物理世界中并不乏标度不变的事物。一个重要的例子,是凝聚态物质在相变临界点附近所表现的行为。在临界点附近,涨落的关联长度趋于无穷,由有限晶格常数引起的所有效应都被抹平,这里不再有特征的尺度,热力学函数将具有标度不变性。这正是威尔孙重正化群的理论基础,为此他获得了 1982 年的诺贝尔物理学奖金。

上述例子显得有点深奥,在物理世界中较通俗的例子也是有的,不过“不变性”有时不那么严格,是在统计意义下的不变性。几乎在每一本分子物理的教科书中都能找到下边这张图(图 1-16),图中的点是在显微镜观察下,每隔 30 秒所记录下来的几个布朗微粒的位置,应注意:点与点间的连线并不是微粒的轨迹。微粒的真正轨迹是一条曲曲弯弯的线。如果我们将这条曲线的某个局部放大,则更细微的曲折开始显露出来,得到的曲线并不显得比原来更

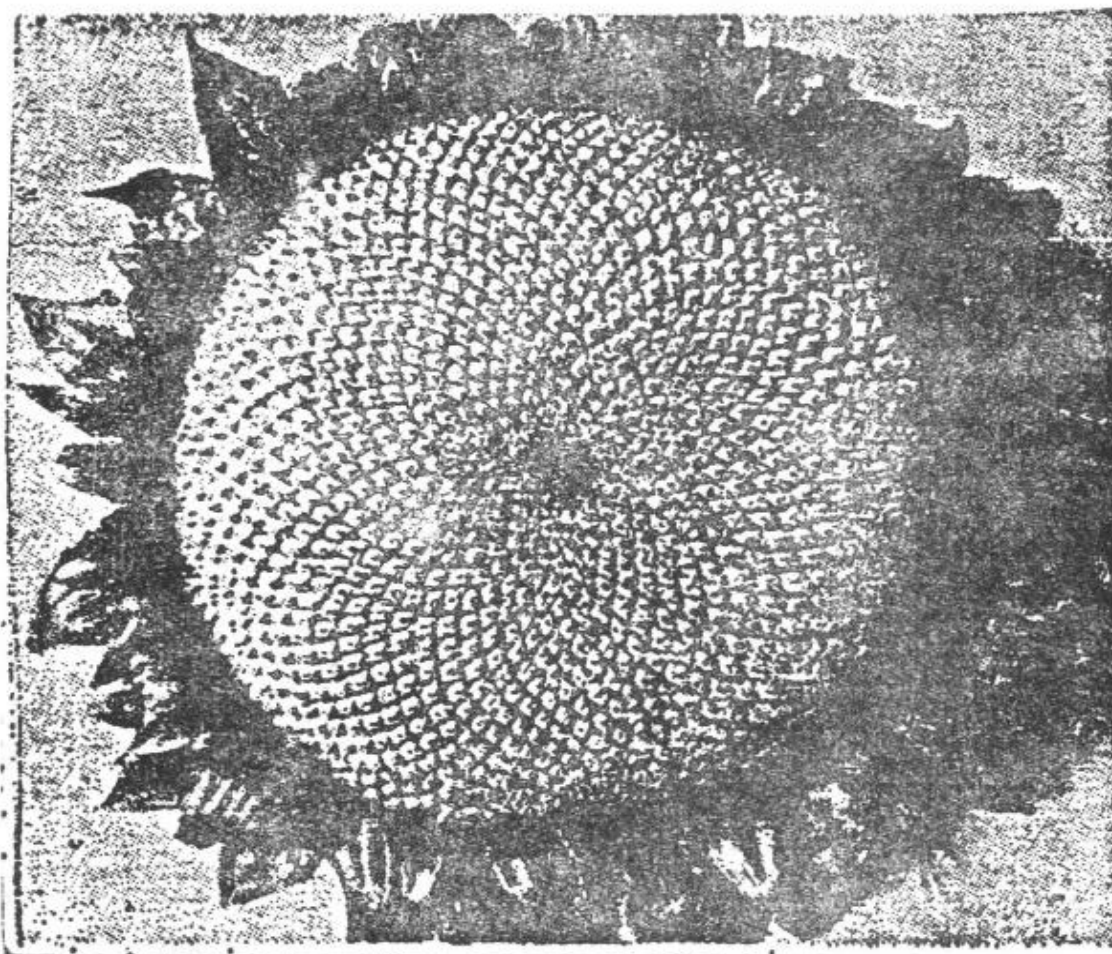


图 1-15 向日葵花盘上的对数螺线

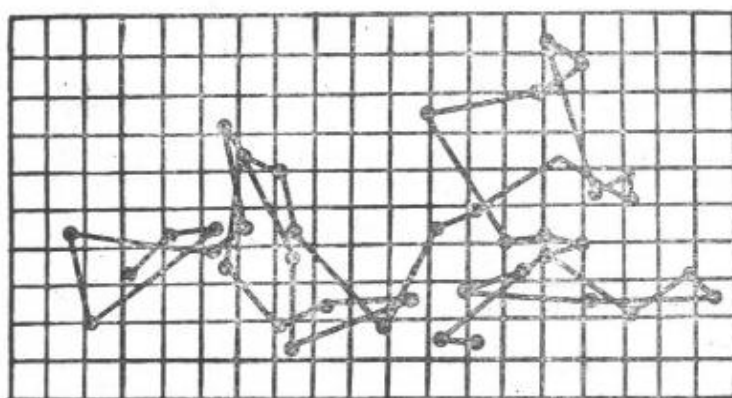


图 1-16 布朗运动

直些，而是一条与原来类似的曲曲弯弯的线，这是一种在标度变换下呈现的自相似现象。

作为比这更通俗的例子，可以考察某个国家的海岸线长度。严格说来，海岸线的长度与你采用的比例尺有关。在小比例尺的地



图上,海岸线上许多小的曲折被拉直了,总长度显得短了.随着比例尺的不断放大,一批批越来越小的海湾显露出来,海岸线的总长度也就越变越长.这过程实际上是无穷尽的,即使绘制一平方米,甚至一平方厘米范围内的地图,由海滩上那些大大小小的砂粒组成的海岸线仍旧是曲曲弯弯的.亦即,海岸线在标度变换下具有无限嵌套的自相似性.在无限放大比例尺的情况下,海岸线的长度将趋于无穷.

通常说,曲面是二维的,曲线是一维的,二维的曲面有一定的面积,一维的曲线面积为零,但有一定的长度.象上述海岸线那样的形体,它们没有面积,但长度是无穷大,它们的维数介于1和2之间,不是整数.这种具有分数维的形体,叫做“分形”或“分形体”,英语是 fractal,这个字是 Mandelbrot 造出来的<sup>①</sup>,他写道:“浮云不呈球形,山峰不是锥体,海岸线不是圆圈,树皮并不光滑,闪电从不沿直线行进”.他看到带有分形性质的事物在自然界是相当普遍的.

下面对分数维的概念作一简单介绍.先想一想我们怎样在日常生活中判断一个几何对象的维数.取一个正方形,把它的每个边长放大3倍,我们将得到  $3^2=9$  个和原来一样的正方形,于是我们说,这个图形是2维的;取一个立方体,把每个边长放大3倍,就会得到  $3^3=27$  个原来的立方体.在一般情形下,把一个  $d$  维的几何对象每一维的尺寸都放大  $l$  倍,我们就得到  $k$  个原来的几何对象,即  $l^d=k$ , 或

$$d = \frac{\ln k}{\ln l}, \quad (1.6)$$

---

<sup>①</sup> B. B. Mandelbrot, *The Fractal Geometry of Nature*, Freeman, San Francisco, 1982; 于禄, 郝柏林,《相交和临界现象》,科学出版社,1984; 黄韵,《物理》15(5), 269(1986); 姚凯伦,《物理》15(11), 663(1986).

这个式子完全可以推广到非整数的空间维数上,它是 1919 年数学家 Hausdorff 给维数下的定义,后称 Hausdorff 维数.

怎样设想具有非整数维的几何对象呢? 这里我们只举一个例子. 把一个立方体的每个面等分成 9 块, 挖掉中间的一块. 这样一来, 27 个小立方体中的 7 个被挖掉了, 还剩下 20 个. 对于这 20

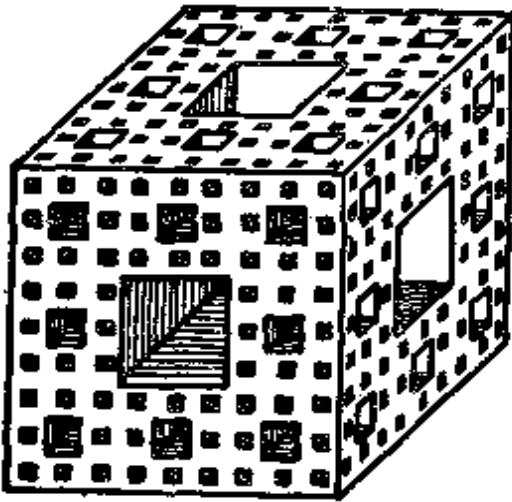


图 1-17 Sierpinski 海绵的空间维数是 2.7268...

个小立方体如法炮制 (见图 1-17), 并把这过程无穷地重复下去. 最后剩下的是一块遍体镂空的海绵状物, 叫做 Sierpinski 海绵. 它是多少维的几何对象? 试取图 1-17 中左下角的一个边长为  $1/3$  的立方体, 把尺寸放大  $l=3$  倍, 即得到整个图形, 其中包含  $k=20$  个边长为  $1/3$  的同样的立方体. 于是 Sierpinski 海绵的 Hausdorff 维数应为

$$d = \frac{\ln 20}{\ln 3} = 2.7268\dots$$

另一个重要的分形例子是 Cantor 集合. 如图 1-18a, 我们取一线段 (为了画得清楚, 可用一段有粗细的棒代替, 如图), 将它等分三段, 除去中间那段, 留下左右两段; 下一步将剩下的两段如法炮制, 即三等分后除去中间一段. 将这操作无限地重复下去, 剩余的点集, 叫做 Cantor 集合. 用与上面同样的办法, 可以论证, Cantor 集合的 Hausdorff 维数是

$$d = \frac{\ln 2}{\ln 3} = 0.6309\dots$$

说到 Cantor 集合, 顺便谈谈它的积分. 设想图 1-18a 中原来那条“棒”具有均匀的线密度, 每除去  $1/3$  时, 就把其质量均匀地加在剩下的两段上. 这样, 当这种操作持续到无穷, “棒”收缩到

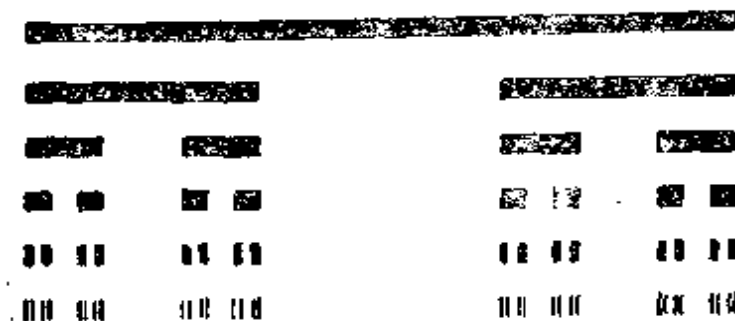
Cantor 集合  $O$  上时,  $O$  上每点的线密度趋于  $\infty$ , 但总质量不变. 如果把“棒”的取向作  $x$  轴,  $O(x)$  代表  $x$  点的线密度, 则

$$O(x) = \begin{cases} \infty, & x \in O, \\ 0, & x \notin O. \end{cases} \quad (1.7)$$

$[0, x]$  区间的质量为

$$d(x) = \int_0^x O(x) dx. \quad (1.8)$$

函数  $d(x)$  的曲线(见图 1-18b)在集合  $O$  的每个点上有一垂直跃



(a) Cantor 集合



(b) 魔鬼楼梯

图 1-18 Cantor 集合及其积分

变,在其余地段则是平台.这类函数或曲线叫做魔鬼楼梯(devil's Staircase).难道象  $O(x)$  和  $d(x)$  这类稀奇古怪的函数,除了用来作“脑筋体操”外,还能有什么物理意义吗?的确不错,在物理学里许多地方,如振动中的同步锁相、固体中的长程周期结构、流体中的 Rayleigh-Bénard 对流、多孔介质中的入侵逾渗(invasion percolation)等,都出现魔鬼楼梯的影子.

也许已经离题太远了,让我们回到“标度不变性”问题上来. Sierpinski 海绵和 Cantor 集合的例子表明,分形体在标度变换下呈现无限嵌套的自相似性,通俗地说,就是“部分和整体相似”.上述数学中分形的标度不变性是严格的,然而自然界中多数分形体(如海岸线、布朗粒子的轨迹)是随机的,它们的标度不变性只有在统计意义下才成立.

近年来分形的理论引起科学界广泛的兴趣,人们把它运用到许多实际问题上,其范围从电化学沉积、薄膜形态、树状凝结、介电击穿、液体的粘性爪进(viscous fingering),到材料的龟(音 jūn)裂,等等.无论在计算机模拟和实验方面,都取得一些有意思的结果.图 1-19a 是一个应用非常广泛的分形凝聚模型,叫做扩散置限聚集

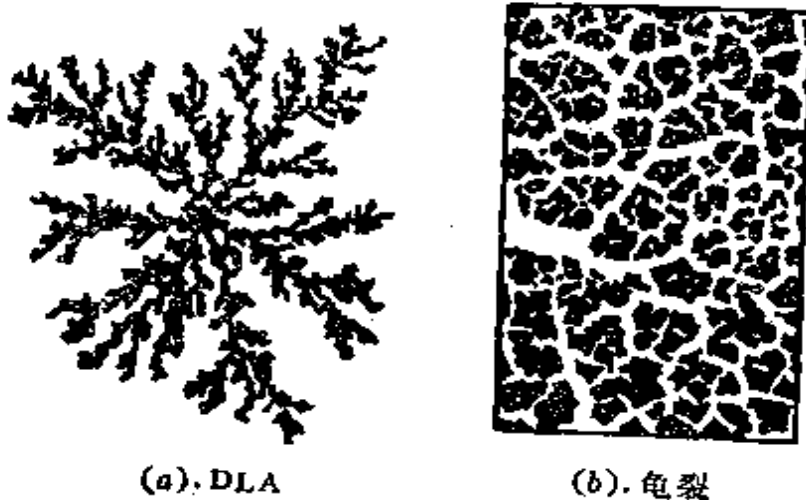


图 1-19 计算机模拟的分形

(diffusion-limited aggregation, 简写作 DLA); 图 1-19b 是计算机模拟的龟裂图样. 它们都具有在标度变换下的自相似性质. 对于二维空间里模型, 它们的 Hausdorff 维数都接近 1.7.

#### 4. 时间平移和反演

一个静止不变的体系对任何间隔  $\Delta t$  的时间平移表现出不变性, 而一个周期性变化的体系(例如单摆)只对周期  $T$  整数倍的时间平移不变. 它们都具有一定的时间平移对称性.

把时间  $t \rightarrow -t$  的变换, 叫做时间反演操作, 这相当于时间倒流. 在现实中时间是不会倒流的, 但我们可以设想将现象甲录相机记录下来, 然后倒过来放映. 日常生活中的大多数现象是不具有时间反演对称性的. 当我们把摄制的录相带倒放时, 立即会看出与正常过程不同的滑稽场面: 人倒退着走路; 弥漫在空气里的烟逐渐被收拢到烟斗中去; 地上的碎瓷片飞起来, 跳到桌子上, 自己拼凑成一只完整的茶杯; …… 但也有少数理想的体系具有时间反演不变性, 无阻尼的单摆就是这样的例子, 单摆的录相片正、反放映, 看不出什么区别.

在时间反演操作下, 不同的物理量表现出不同的性质. 例如, 在时间反演操作下速度是要反向的, 但加速度不变. 经时间反演, 自由落体变成上抛体, 但两者的加速度都是向下的重力加速度  $g$ . 所以加速度具有时间反演不变性(与此相联系地, 力也是如此). 武打电视片的摄制者常利用这一点, 让演员从高处跳下, 拍摄下来倒着放映, 就可以表现一个人从平地一跃而起, 跳上高墙的场面. 但是拍摄这类镜头时, 演员应穿紧身衣裤. 在电视连续剧《西游记》里有过这样一个场面, 在乌鸡国里妖道全真与孙悟空斗法时, 他纵身一跃, 跳上身背后的假山. 这时宽大的道袍竟然飘逸而起, 于是倒拍的特技露了破绽. 殊不知空气的阻力与速度的方向相反, 而速度不是时间反演不变的.

在电磁学里,电荷是时间反演不变的,电流就要反向;电场  $E$  是时间反演不变的,磁场  $B$  就要反向. 这样的例子还可举出很多.

在探讨时间平移不变性时,应注意区分个别现象和物理定律,区分微分方程和它的初始条件. 在探讨时间反演不变性时,除了上述区别外,还应注意区分宏观规律和它的微观动力学基础. 下面举些简单的例子来说明.

简谐振子的运动方程(它代表物理定律)

$$m\ddot{x} + \gamma\dot{x} + kx = 0 \quad (1.9)$$

对任何间隔  $\Delta t$  的时间平移都是不变的. 但给定了初始条件,它的解描述的过程是阻尼振动. 我们具体看到每次激发起来的运动,振幅由大变小,没有时间平移不变性. 然而,我们把一个弹簧振子挂在那里,今天做实验观察到的现象,明天还能重复;牛顿在17世纪发现的万有引力定律,今天仍旧适用. 这就是物理定律的时间平移不变性.

式(1.9)中加速度项  $m\ddot{x}$  和位移项  $kx$  是对时间反演不变的,而正比于速度的阻尼项  $\gamma\dot{x}$  在时间反演下反号,所以有阻尼的过程在时间上是不可逆的. 我们再看扩散方程

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{j} = 0, \quad \mathbf{j} = -D\nabla \rho, \quad (1.10)$$

式中  $\rho$  和  $\mathbf{j}$  分别是质量密度和质量流密度,  $D$  是扩散系数,第二式称为斐克(Fick)定律. 在斐克定律中等式左端  $\mathbf{j}$  在时间反演下反向,而右端不变,故扩散也是在时间上不可逆的过程. 以上这些不可逆的方程都是描述宏观过程的.

如果对物理系统进行微观描述,我们看到的是许许多多的微观粒子,它们服从的物理定律,如牛顿运动方程,麦克斯韦方程,以及量子力学的规律等,几乎全都是在时间反演下不变的①.

那么,当我们从微观世界逐步过渡到宏观世界时,走到哪里我们将遇到二者的分野?设想我们有一架出色的变焦摄影机,我们要用它来拍摄一个人抽烟斗的影片,以获取从微观到宏观一系列场面的镜头。起初,我们只能看到空气分子和烟粒子到处乱飞,相互碰撞着。若此时我们把拍摄下来的影片倒着放映,我们看不出与正着放映有什么区别。现在,我们让镜头对准较大的视场,个别粒子的图象看不清了,我们看到的是涨落起伏的烟团。倘若这时不告诉你影片是正着还是倒着放映,你看得出来吗?这就难说了。当视场大到一定程度,你看到烟缕不是在扩散,而是在聚拢时,你会怀疑影片在反演。最后,当变焦镜头拉开到把整个宏观画面拍摄进去时,你一看到烟斗从空气中把烟一缕缕地吸回去,立即可以肯定,影片在倒着放映。在从微观向宏观过渡的进程中,我们的观察和感受发生了怎样的变化?这里发生的事,是清洗掉个别粒子微观运动的信息,而代之以其平均运动,后者是概率统计规律在起作用。宏观的不可逆性来自概率统计性,并非源于微观动力学,这就是问题的实质。

厄任费斯特夫妇(P. Ehrenfest & T. Ehrenfest)两人都是物理学家,他们提出一个生动的比喻(见图 1-20),用以说明气体扩散的统计性质。一只狗身上有许多跳蚤,另一只狗身上没有跳蚤。经过一段亲昵的相处后,它们身上的跳蚤将变得差不多一样多,对每只跳蚤来说,它可在两只狗之间自由地跳来跳去,行踪完全可逆。但是对狗来说,染上了跳蚤之后,就不会自动消除。狗的处境是不可逆的。这正是微观世界和宏观世界不同命运的绝妙写照。“君不见黄河之水天上来,奔流到海不复回?君不见高堂明镜悲白发,朝如青丝暮成雪?”诗人哀叹韶华如流,人生易老,这反映的是宏观

① 迄今为止发现对时间反演不变性稍有破坏的微观过程,只有弱相互作用的 K 介子衰变,参见 §2 末第 44 页。

世界的命运和情感。组成生命的个别原子和分子决不担心自己会老化,这里什么都是可逆的,对宏观世界发生的一切,可以完全漠不关心。

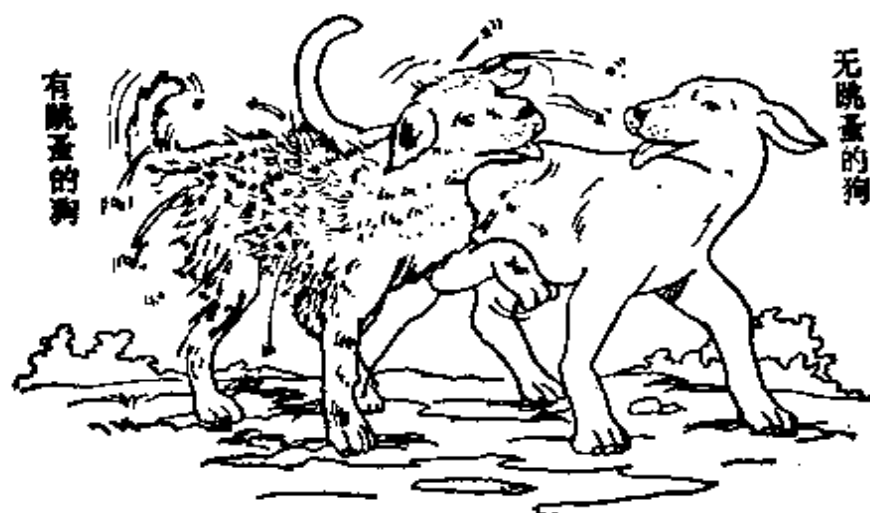


图 1-20 厄任费斯特的狗和跳蚤

### 5. 置换对称性

将三个阻值相等的电阻器并联,无论将它们如何对换,电路的状态都是等价的。这是一个置换对称性的例子。我们说“状态等价”而未说“状态不变”,是因为从电路的角度看,只要求三个电阻器阻值相等,并不要求它们的形状、颜色、以及质料等完全一样。

世界上没有绝对雷同的宏观物体,但同类的微观粒子却是全

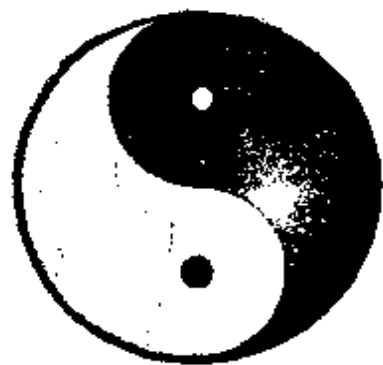


图 1-21 阴阳图——

只对联合变换对称之一例

同的。哲学家莱布尼兹早就给出了全同性的定义: 如果无法确认两个物体之间的差别,它们就是全同的。它意味着,在许多东西中若交换两个全同物体的位置,其物理状态是保持不变的。在经典物理学中,全同物体的这种置换对称性,没有观测到的效应。但是,随着量子理论的建立,不可分辨的全同性获得了非凡的重要意义。它蕴涵着一种新的力存在,这就是“交换力”。如果没有这种交换力存



在,就不会有我们现在所了解的化学,分子和原子都不能存在,从而我们自己也不存在了.有关交换力的问题,我们不在这里详细讨论.

下面暂时不再介绍更多类型的对称性了,只是在结束本节时指出,相继进行两个或两个以上对称变换,由此构成的联合变换也必然是对称变换;然而反过来不一定正确,有时联合变换是对称变换,而构成它的每个分解动作却不单独构成对称变换.我国古老的阴阳图就是这样的例子(见图 1-21);围绕中心旋转  $180^\circ$ , 相当于黑白互换,只有两个变换联合起来,才能使图形完全不变.另一个精彩的例子是下面一张骑士图案(图 1-22),这图是荷兰画家

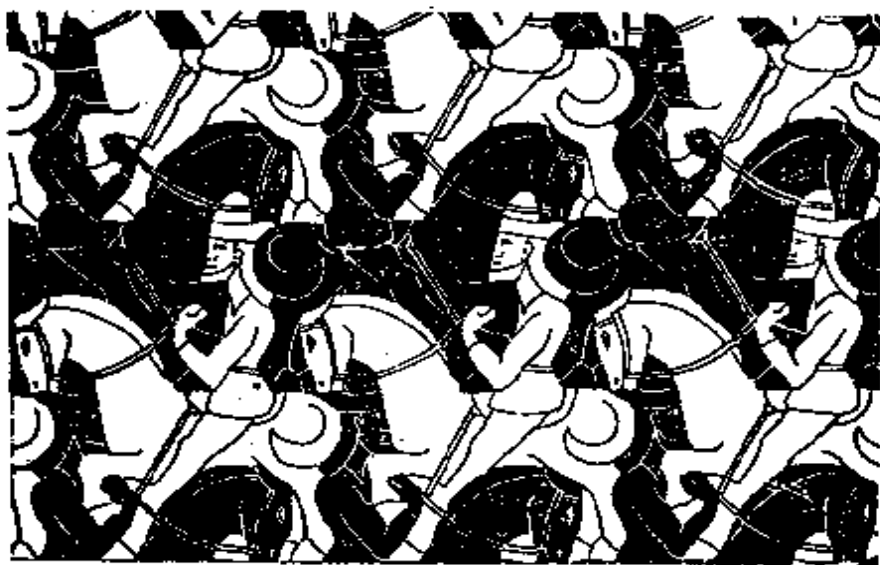


图 1-22 Escher 的骑士图案——另一个只对联合变换对称的例子

M. C. Escher 设计的,曾被杨振宁在他的《基本粒子发现简史》一书中引用过.对于这幅图案来说,单纯的镜象反射和单纯的黑白互换,都不能使图案保持不变,只有二者联合起来(也许还得加上必要的平移),才构成它的对称操作.下面我们将看到物理学中许多联合对称操作的例子.

## § 2. 因果关系 对称性原理

### 1. 原理和举例

现在我们来讨论对称性与自然规律(物理定律)之间的关系。自然规律反映了事物之间的因果关系。所谓“因果关系”，就是在一定条件下会出现一定的现象。这时，我们把前者(条件)称为“原因”，后者(现象)称为“结果”，对于一条稳定的因果关系来说，最重要的有两条：可重复性和预见性。其实这就是科学本身存在的必要前提。以上两条性质要求“相同的原因必定产生相同的结果”，但世间的事物没有绝对相同的(除了一件事物与其自身)，所以我们把语气放宽一些，用“等价”一词代替“相同”，把因果关系归结为下列公式：

等价的原因  $\longrightarrow$  等价的结果。

这里的箭头表示“必定产生”。这就是因果性的等价原理。下面举个例子。我们在气轨上作两体碰撞的实验。这些实验可以由一些学生在星期一作，也可以由另一些学生在星期五作，他们都能验证动量守恒定律。这类实验可以在北京作，也可以在上海作，同样可以获得预期的结果。这里没有摩擦的气轨保证了等价的条件。它必定产生等价的结果——动量守恒。

看了上述例子，读者也许已经能联想到对称性与因果性之间的关系。从星期一到星期五，这是时间平移操作；从北京到上海，这是空间平移操作。实验条件(仪器)是等价的，这意味着“原因”对于上述操作(时间平移或空间平移)对称。实验现象(动量守恒)也是等价的，这意味着“结果”也是对称的。所以用对称性的语言来说，上述等价原理可改写成下列公式：

对称的原因  $\longrightarrow$  对称的结果。

应注意，因果关系的等价原理中箭头是单向的，即只有“等价的原

因必定产生等价的结果”，但等价的结果有可能来源于不等价的原因。从而上列公式中的箭头也是单向的，即对称的结果也有可能来源于不对称的原因，所以我们说：

原因中的对称性必反映在结果中，即结果中的对称性至少有原因中的对称性那样多。

反过来应该说：

结果中的不对称性必在原因中有反映，即原因中的不对称性至少有结果中的不对称性那样多。

以上原理叫做“对称性原理”，它是皮埃尔·居里(Pierre Curie)于1894年首先提出的<sup>①</sup>。下面举几个例子。

首先，我们试用对称性原理来论证：在有心力的作用下，行星的轨道一定在一个平面内。我们假设太阳和行星都是理想的球体，作用力 $f$ 沿两球心的连线。设某时刻行星具有速度 $v$ ，则 $f$ 与 $v$ 两个矢量决定一个平面，即图1-23的纸平面。以上所述的条件就足以决定行星以后的运动了，亦即，这体系(太阳和行星)的全部原因(力 $f$ 和速度 $v$ )对图1-23的纸平面具有镜象反射对称性。根据对称性原理，结果(行星的轨道)至少也具有这种对称性，故它不可能向某侧偏斜而离开此平面。

根据同样的道理，我们可以论证，当我们抛射一个物体时，若没有其它原因，抛体的轨迹不会偏离其初速度 $v_0$ 与重力 $mg$ 所决定的铅直平面。如果我们发现抛体的轨迹朝某一侧偏斜(结果中出现了不对称性)，我们相信，一定存在对此平面不对称的原因，譬如有横向的风。这是上述对称性原理反过来的应用。在足球场上我们常会看到，球员踢出的球会拐弯(特别是在罚角球时)，这种球

<sup>①</sup> P. Curie, *Journal de physique*, (Paris), 3rd series, Vol. 3, pp395—415(1894)

俗称“香蕉球”，赛场上没有风，球偏斜的方向可以由踢球的人控制。这是什么原因呢？也许我们不懂流体力学，不懂得球与空气的相互作用是怎样使球偏斜的，但是，若我们懂得对称性原理，我们就敢肯定，在球离开球员脚之前就已存在不对称的原因了。仔细找找原因，我们就会发现，香蕉球踢出时必定是旋转的，它旋转的方向决定了向哪边偏斜。旋转——这就是对初始的铅直平面左右不对称的因素，轨迹的偏斜正是这个不对称因素的反映。也许有人认为，这不对称的因素太细微了，不易察觉。的确如此，场外的观众是无法察觉到球的旋转的，但它的存在也是确实的，踢球的人完全明白这一点。

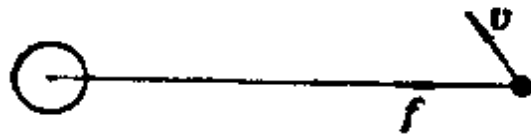


图 1-23 在有心力的作用下行星的轨道在一个平面内

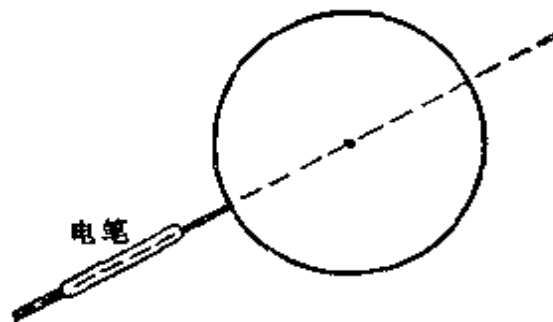


图 1-24 为一均匀球体充电

在分析了上面的力学例子之后，我们再分析一个电学的例子。设有一均匀球体（暂不假定它是导体还是绝缘体），用一枝电笔给它充电。假设充电的方式是比较对称的，譬如，电笔通过一根导线与很远的一个带电体相联，导线与电笔都沿此球的径矢方向布置，即充电时它们与球体表面垂直，延线通过球心（图 1-24），充电后将电笔与导线撤离到很远的地方，试问电荷在均匀导体上怎样分布。球体本身的几何形状和充电的方式构成了本问题的全部原因，它具有轴对称性。根据对称性原理，电荷在均匀球体上的分布

至少也具有这种轴对称性。但是我们知道,若此球体是导体,电荷将在它的表面均匀分布,此种分布具有球对称性。它包含了上述轴对称性,但多于轴对称性。这并不违背对称性原理。因为原理说,结果中的对称性至少和原因中的对称性一样多,但不排斥比它多。

现在让我们对上述同一问题用稍微不同的观点来分析。假定我们不知道这球体当初是怎样充电的,或者我们故意忽视这个问题。仅就体系的几何形状而言,它应具有球对称性。是否在此均匀球体上的电荷分布必定具有球对称性?从电学原理我们知道,除非此球是导体,我们不能肯定电荷的分布具有球对称性。是否在这种情况下对称性原理不灵了?是的。要上述对称性原理成立,还需有一个条件,即问题中所给的“原因”必须是充分的,它能将结果唯一地确定。在绝缘体上电荷的分布与充电方式有关,不给出充电方式,不能唯一地确定电荷的分布,上述对称性原理也就不灵了。对于导体,其上电荷的分布与充电方式无关,给定其形状即可唯一地确定其上电荷的分布,从而上述对称性原理又灵了。

从上面的例子我们看到,当给出的“原因”不足以唯一地确定“结果”时,不能用对称性原理。然而,如果在这种情况下我们将可能出现的全部“结果”放在一起考虑,“原因”中所表现的对称性就会恢复。举个最简单的例子,考虑下列代数方程

$$x^2 - 1 = 0, \quad (1.11)$$

显然此方程对  $x \rightarrow -x$  的变换是不变的,即它对于这种变换是对称的。但是式(1.11)的两个根  $x = \pm 1$  中哪一个对上述变换都不对称。这是因为我们所给的“原因”(方程)不足以唯一地确定“结果”(根)。然而,此方程全部根的集合仍具有方程式本身的对称性。这类例子在物理学中也是屡见不鲜的。例如氢原子的哈密顿量具有球对称性,但并非每个波函数都具有那样高的对称性。然而把所有

波函数放在一起组成一个集合，总体上看，它们又恢复了球对称性。所以，在不存在唯一性的情况下，可将对称性原理的表述修改如下：

原因中的对称性必反映在全部可能结果的集合中，即全部可能结果的集合中的对称性至少有原因中的对称性那样多。

这样一来，对称性原理又可以用了。

例题 1 简谐振动的微分方程为

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0, \quad (\omega \text{——给定常量})$$

对下列哪些变换，此方程具有不变性？

- (a) 时间反演      (b) 时间平移      (c) 时间膨胀  
 (d) 空间反射      (e) 空间平移      (f) 空间膨胀

试验证，此方程的通解（即所有可能解的集合）

$$x = x_0 \sin(\omega t + \varphi), \quad (x_0, \varphi \text{——任意常量})$$

具有同样的对称性。

解 微分方程对(a)、(b)、(d)、(f)具有不变性。为验证通解具有相应的不变性，相当于证明，在该变换下，只需将任意常数  $x_0, \varphi$  换个写法，即可使解的形式保持不变。实际上，(a)  $t \rightarrow -t$  时，令  $\varphi' = \pi - \varphi$ ，(b)  $t \rightarrow t + \Delta t$  时，令  $\varphi' = \varphi + \omega \Delta t$ ，(d)  $x \rightarrow -x$  时，令  $\varphi' = \pi + \varphi$ ，(f)  $x \rightarrow ax$  时，令  $x'_0 = ax_0$ ，都可保通解形式不变。

在电磁学课程里经常使用对称性分析的方法，这可使问题大大简化。不过，那种对称性分析通常是在定律已知的基础上进行的。例如，根据库仑定律，我们知道点电荷的电场沿径矢方向，从而利用对称性我们可以得出无限长均匀带电直线的电场在垂直面内沿径矢方向的结论；又如，由于我们知道了毕奥-萨伐尔定律，利用对称性我们可以肯定，无穷大均匀载流平面的磁场与此面平行且垂直于电流。然而，利用本节上面叙述的对称性原理，我们能够不知道定律的情况下判断某些矢量的方向。下面举一个例子。

**例题 2** 考虑一根无限长载流导线, 其旁有一点电荷  $q$ , 它以速度  $v$  平行于电流方向运动. 试利用对称性原理分析电荷受力的方向.

**解** 这问题里所给的体系有多种对称性操作(“因”的对称性), 在这些操作的变换下电荷所受的力  $f$  应该不变(“果”的对称性). 我们的任务就是要寻找那些有助于判断  $f$  的方向的对称操作.

取坐标系如图 1-25,  $x$  轴与电流平行,  $z$  轴沿导线到电荷的垂直连线. 我们取的第一个对称操作是以  $x=0$  平面为镜面的空间反射  $P_x$  加上围绕  $x$  轴的  $180^\circ$  旋转  $R_x$  (图 1-25a). 不难看出, 在此联合操作下点电荷  $q$  的位置复原, 而载流直导线和速度  $v$  始终未变, 即  $P_x + R_x$  是这体系的一个对称操作. 现在看  $f$  各分量的变换

$$\begin{aligned} f'_x &\equiv P_x(f_x) = -f_x, & f'_y &\equiv P_x(f_y) = f_y, & f'_z &\equiv P_x(f_z) = f_z; \\ f''_x &\equiv R_x(f'_x) = -f'_x = f_x, & f''_y &\equiv R_x(f'_y) = -f'_y = -f_y, \\ & & f''_z &\equiv R_x(f'_z) = f'_z = f_z. \end{aligned}$$

但根据对称性原理应有

$$f''_x = f_x, \quad f''_y = f_y, \quad f''_z = f_z.$$

可以看出, 对于  $y$  分量前后结论矛盾, 除非  $f_y = 0$ .

我们取的第二个对称操作是以  $x=0$  平面为镜面作空间反射  $P_x$  加上时间反演  $T$  (见图 1-25b). 电流在空间反射和时间反演操作下的行为与速度一样, 在  $P_x + T$  的联合操作下方向都将复原, 即这也确是体系的一个对称操作. 力  $f$  的空间反射和时间反演性质与加速度相同, 对于  $x$  分量, 我们有

$$f'_x \equiv P_x(f_x) = -f_x, \quad f''_x \equiv T(f'_x) = f'_x = -f_x.$$

但对称性要求  $f''_x = f_x$ , 故二者矛盾, 除非  $f_x = 0$ .

由此可见, 力  $f$  的唯一不为零的分量只能是  $f_z$ , 即  $f$  只可能沿  $\pm z$  方向.

如果读者学过洛伦兹力的公式, 这问题中  $f$  的方向本来是可以立刻得到的. 上面的例子表明, 即使不知道具体的物理定律, 仅仅根据对称性原理, 我们也能走得相当远. 那么, 这是否意味着, 有关的对称性(如空间反射、时间反演, 转动等)对定律(如洛伦兹力公式)可能采取的形式, 给予相当的限制? 是的, 上面的推理过程已隐含着一个假定, 即电磁学的定律是具有空间反射、时间反演和转动不变性的. 否则推论会与事实相悖. 由此可见, 自然界的规

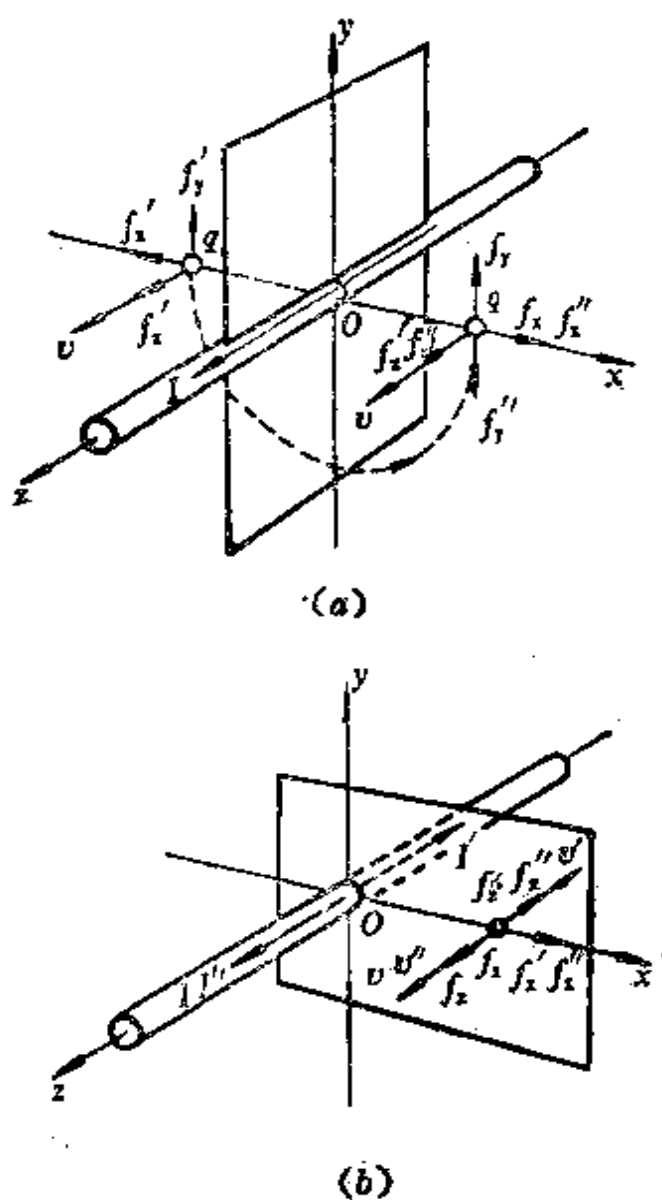


图 1-25 无限长载流直导线旁运动电荷受力的方向问题

律是分层次的,正象一个国家,宪法是最高层次的法律;下面每个部门可以有自已的具体法规,但它们不能与宪法相悖;地方上各单位还可以有适合本地的守则、土政策,但原则上它们不应与上一层次的法规抵触。初学物理的中学生或物理的门外汉也许会有这样的误解:物理学家们研究各种自然现象,要为它们每个找出一条或几条定律来,那得有多少条定律呀!殊不知,物理学中的许多定律,如胡克定律、欧姆定律,是经验性的,它们仅适用于一定物料,一定



的场合。物理学家孜孜以求的，主要是那些适用性更广泛的基本定律，如力学中的牛顿定律、电磁学中的麦克斯韦方程等。凌架于这些基本物理规律之上的，还有更高层次的法则，对称性原理属之。当代理论物理学家（特别是粒子物理学家）正充分自觉地运用对称性原理，去寻求未知的根本定律，层次愈高，认识就愈统一，定律的形式也愈简单，数量也愈少。这才是物理学家梦寐以求的最高境地。

闲话少提，让我们回到电磁学上来。在例题 2 中除电荷外，基本上未涉及电磁学量。如果我们想用对称性原理讨论更多的电磁学问题，必涉及  $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{B}$  一类电磁矢量。如 § 1 所述，在镜象反射操作下，矢量表现出“极矢量”和“轴矢量”两种不同的行为。该处还曾提到，利用库仑定律和毕奥-萨伐尔定律可证明： $\mathbf{E}$  是极矢量， $\mathbf{B}$  是轴矢量。其实，若我们预先设定电磁场具有上述性质，无需库仑定律和毕奥-萨伐尔定律的其它细节，我们即可分析通常在电磁学课本内讨论的许多对称性问题，而且所得结论将会更普遍。下面再看几个例子。

**例题 3** 利用对称性原理论证：无限长均匀带电直导线周围的电场在垂直于导线的平面内呈径向分布。

**解** (i) 对于垂直于导线任意平面的镜象反射操作，系统是对称的，故极矢量  $\mathbf{E}$  不可能有垂直于反射面（即平行于导线）的分量。(ii) 对含导线的任意平面的镜象反射，系统也是对称的，故极矢量  $\mathbf{E}$  不可能有垂直此面的（即角向）分量。亦即， $\mathbf{E}$  只能沿径向。

**例题 4** 利用对称性原理论证：无限长密绕螺线管（截面形状可以任意）在空间任何一点产生的磁场与轴平行。（忽略有限螺矩的影响）

**解** 若忽略有限螺矩效应，则螺线管各匝所在平面皆与轴线垂直，故整个系统对任意垂直于轴线的平面的镜象反射是对称的，所以轴矢量  $\mathbf{B}$  不可能有平行此面（即垂直轴线）的分量。即磁力线只能是平行于轴线的平行线。

如果我们进一步利用安培环路定理和在横向无穷远磁场趋于零的条件，不难得到螺线管外  $\mathbf{B}=0$ ，内部均匀的结论。

## 2. 从奥斯特实验到宇称不守恒

现在让我们考虑图 1-26 所示问题, 无限长直导线沿南北方向放置, 上方与之平行地悬挂一小磁棒。试问: 当我们突然将导线中的电流接通后, 小磁棒朝什么方向偏转? 或者说, 它所受的力矩在什么方向?

力是极矢量, 而力矩是轴矢量。只要注意到这一点, 仿照上题的方法, 本题是不难解决的。这个问题留给读者自己作练习。下面讲个与此有关的故事。

本题所讨论的就是有名的奥斯特实验, 今天凡懂得一点电磁

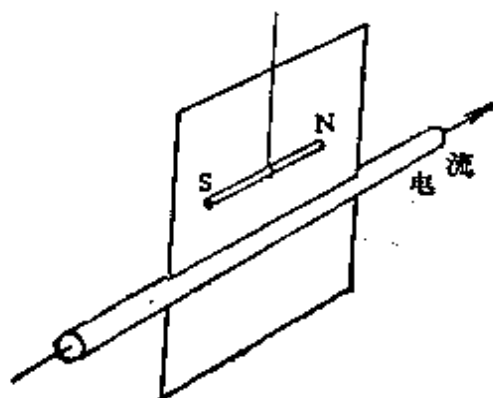


图 1-26 奥斯特实验

学的人都熟悉其结果, 早已对它习以为常。恩斯特·马赫(Ernst Mach)是一位著名的物理学家, 在他年轻的时候, 当他刚了解到这个实验时, 却感到在理智上受到很大的震动。因为在他看来, 整个体系(载流直导线, 磁棒, 地磁场)都处在同一平面内(见图 1-26)磁棒怎么会向左或向右偏转呢? 不知读者对马赫这个疑问作何感想。难道电磁定律不遵从宇称守恒律吗? 现在我们知道磁棒是有内部结构的, 它等效于一些分子环流沿轴排列。所以, 就象前文引用的“香蕉球”的例子一样, 磁棒实际上并不是左右对称的, 电磁学的宇称不存在什么问题。

上述故事给了我们什么启发呢? 五十年代中期摆在粒子物理学家面前一个难解的谜。即所谓  $\tau$ - $\theta$  之谜,  $\tau$  和  $\theta$  是当时发现的

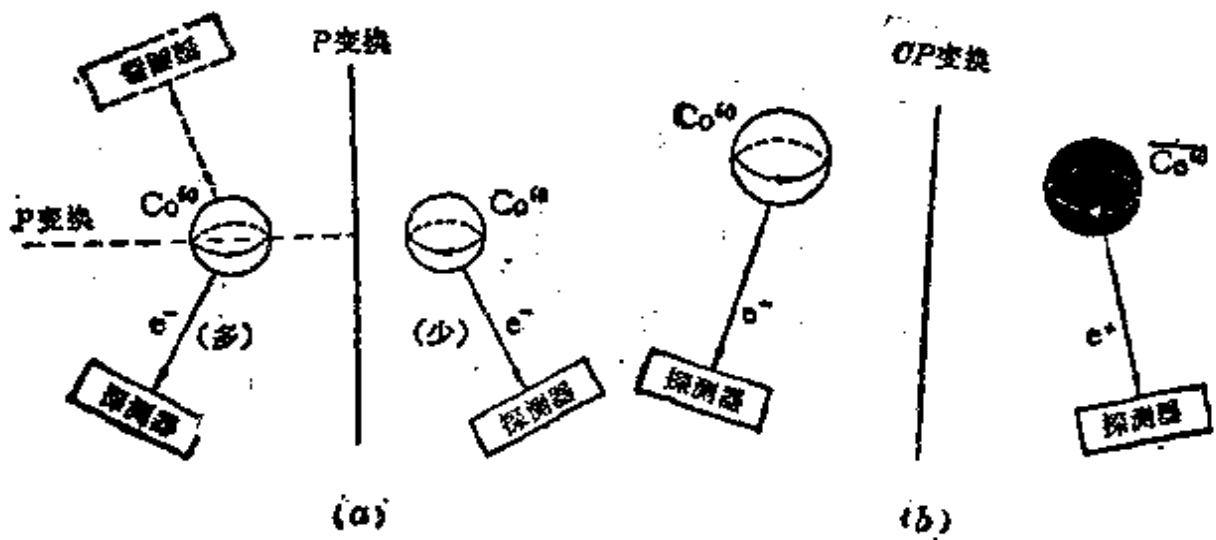


图 1-27 Co<sup>60</sup>的β蜕变实验的P变换与CP变换

两种重介子,实验测出,它们的质量相等,寿命也一样.但是π介子可蜕变为三个π介子

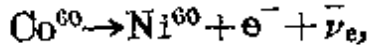
$$\pi^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^+ + \pi^- \text{ 或 } \pi^+ + \pi^0 + \pi^0$$

而θ介子却蜕变为两个π介子

$$\theta^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0$$

由于π介子自身的宇称为负,从而θ介子的宇称似乎应当为正.而π介子的宇称为负,如果说π和θ不是同一种粒子,那就很难解释它们的质量和寿命完全相同;如果说它们是同一种粒子,那么为什么蜕变过程表现出不同的宇称.理论家陷入了进退两难之境!

1956年李政道和杨振宁提出弱相互作用过程中宇称不守恒的设想,此设想旋即为吴健雄的钴60原子核β蜕变的实验所证实.该实验中的蜕变反应为



其中e<sup>-</sup>为电子,ν̄<sub>e</sub>为反中微子.作实验时将Co<sup>60</sup>样品在10<sup>-2</sup>K的极低温下放在线圈产生的磁场中,使其自旋和磁矩排列起来,用装置探测射出电子数的多少.在图1-27a中先只看用实线所画部分,

这里有两套按镜象对称布置的装置。比较两边探测器中记录的电子数是否相等，即可检验宇称是否守恒。实际上作的实验是以图 *a* 中左边所示水平虚线为镜面的，利用共同的钴源，把第二个探测器安放在上方用虚线所画的位置上。这样的安排与前面所述装置等价。实验的结果表明，两探测器读数相差甚大，这就推翻了宇称守恒定律。

前面磁棒的例子表明，当我们不了解其内部结构时，会错认为它在镜子里的象和它本身一样，其实经镜象反射后“分子环流”反向，磁棒的南北极是要对调的。弱作用过程中表现的宇称不守恒现象，是否也由于人们对粒子的“内部结构”认识不足所致？为了回答上面的问题，首先要解决，一个粒子在镜子里的象究竟是什么？一个最自然的想法，认为镜象不是它本身，而是它的反粒子。从粒子变到其反粒子的操作叫“电荷共轭变换”，用  $C$  表示。通常镜象变换用  $P$  表示。人们开始怀疑，粒子的镜象变换也许应该是  $CP$  联合变换，而不是单纯的  $P$  变换。若如图 1-27*b* 那样安排，将  $\text{Co}^0$  换成它的反核  $\overline{\text{Co}}^{00}$ ，将电子  $e^-$  换成正电子  $e^+$ ，也许实验结果能恢复对称性。只因没有现成的反核  $\overline{\text{Co}}^{00}$ ，目前尚无法做这样的实验。但其它的实验是做过的，例如 R. L. Garwin 等所做的  $\pi$  介子蜕变实验。如图 1-28*a* 所示，一个静止的  $\pi^+$  介子蜕变为一个  $\mu^+$  介子和中微子  $\nu_\mu$ 。由于动量守恒， $\mu^+$  和  $\nu_\mu$  的运动方向相反；由于角动量守恒，它们的自旋方向也相反。但是，每个粒子的自旋与其自身运动之间在取向上是否该有关联？实验表明， $\pi^+$  介子蜕变放出的  $\mu^+$  的自旋相对于自身运动全部是左旋的。这就是说，自然界只存在图 1-28*a* 镜面左方的过程，而不存在其右方的镜象过程。然而，如图 1-28*b* 右方那样，用  $\pi^+$  的反粒子  $\pi^-$  来做实验，则实验上测得  $\pi^-$  放出的  $\mu^-$  自旋全部是右旋的。以上实验表明了， $\pi$  介子蜕变过程破坏宇称守恒，但保持  $CP$  不变。

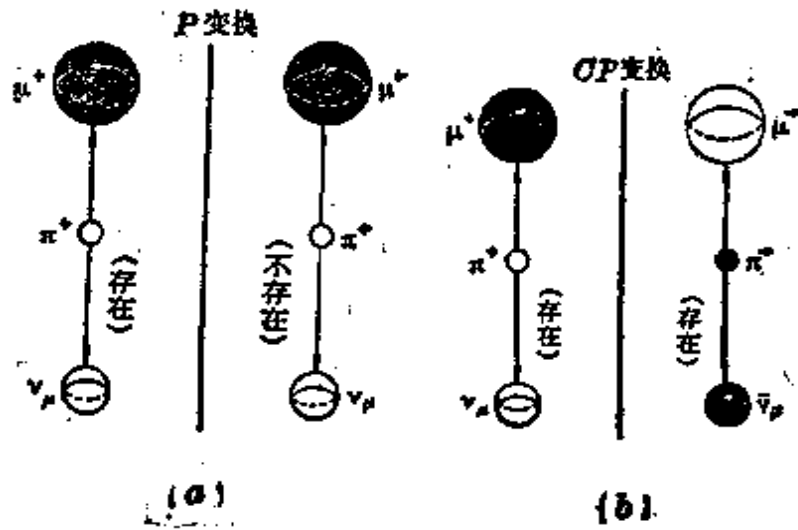


图 1-28 Garwin 有关  $CP$  守恒的实验

对于一个静质量不为零的粒子，其自旋与自身运动之间取向的关联并不那么本质，因为在比它快的参照系看来它的运动方向就反了，从而左旋变右旋，右旋变左旋。可是，对于静质量为零的粒子来说，它们永远以光速运动，不可能有比它们快的参照系。在上述 Garwin 实验中，蜕变产物中  $\mu$  子是有静质量的，在此实验中不出现右旋的  $\mu^+$  和左旋的  $\mu^-$ ，并不意味着在其它的过程中它们永远不出现。事实上，在  $K^+$  的三体蜕变过程中产生的  $\mu^+$  就有右旋的。但是根据动量和角动量守恒的推断，Garwin 实验中产生的中微子  $\nu_\mu$  都是左旋的，反中微子  $\bar{\nu}_\mu$  都是右旋的。目前对中微子的质量是否为零尚无最后定论，如果其质量果真严格为零，则  $\nu_\mu$  的左旋性和  $\bar{\nu}_\mu$  的右旋性将具有原则意义。迄今所知，各种弱过程中放出的  $\nu_\mu$  或  $\nu_e$  全是左旋的，而  $\bar{\nu}_\mu$  或  $\bar{\nu}_e$  全是右旋的，这似乎支持了上述看法。中微子的这一性质表明，在弱作用过程中，宇称不守恒，而  $CP$  是守恒的。

$CP$  守恒似乎拯救了宇称不守恒，即我们可以认为粒子的真正镜象本来就应该是  $CP$  联合变换的产物。但  $CP$  守恒的好景不长，1964 年 J. W. Cronin 和 V. R. Fitch 等在实验中发现， $K_L^0$  介

子的蜕变过程中有  $3/1000$  的概率违反  $CP$  不变性。这表明,  $CP$  守恒只是近似的定律, 迄今所有实验表明, 只有将  $C, P$  再与时间反演变换  $T$  结合起来, 才能严格地保持对称性。

既然  $CPT$  严格守恒, 而在弱作用过程中  $CP$  稍有破坏, 这意味着, 在弱作用过程中时间反演的对称性也稍有破坏。这便是我们在 § 1 中(第 29 页脚注)曾提到的微观不可逆过程。

迄今为止, 我们谈论的宇称不守恒,  $CP$  或  $T$  的不守恒, 说的都是弱作用过程, 对于它种相互作用, 没有这个问题。

微观的电磁相互作用无疑在  $C, P, T$  分别操作下都是不变的。曾使少年的马赫迷惑不解的原因, 是他当时没想到, 磁棒的微观本质是电流环。迄今为止, 尚没有确凿的证据表明有磁单极存在。倘若有一天果真发现了磁单极, 到那时电磁相互作用还保持  $C, P, T$  分别守恒吗? 这要看我们对磁单极上所带的磁荷  $g$  怎样理解了。如果我们坚持电磁作用  $C, P, T$  分别守恒, 则由真正的磁荷组成的磁偶极子仍在一切方面与电流环保持等效, 但磁荷将具有奇怪的变换性质: (1) 在  $C$  变换下电荷反号, 从而电流反向, 电流环的磁矩也反向。要使磁偶极矩也反向, 必须有  $g \rightarrow -g$ , 即磁单极的反粒子具有相反的磁荷。(2) 在  $P$  变换下, 电流环的磁矩是轴矢量。要使磁偶极矩也具有轴矢量的性质, 必须有  $g \rightarrow -g$ , 即在镜象变换下南北极互换, 故磁荷是赝标量。(3) 在  $T$  变换下电流反向, 从而电流环的磁矩也反向。要使磁偶极矩也反向, 必须有  $g \rightarrow -g$ , 即在时间反演下南极表现出北极的行为, 反之亦然。大家都知道, 电荷  $e$  在  $P, T$  变换下都是不变的, 故磁荷和电荷的性质大不相同。有源的麦克斯韦方程

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_e, \\ \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \end{cases} \quad \begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \\ \nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{j}_e, \end{cases} \quad (1.12)$$

对“电”和“磁”是不够对称的，因为式中只有电荷密度  $\rho_e$  和电流密度  $\mathbf{j}_e$ ，而没有磁荷密度  $\rho_m$  和磁流密度  $\mathbf{j}_m$ 。若果真发现了磁单极，则麦克斯韦方程应写为

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_e, \\ \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} - \mathbf{j}_m, \end{cases} \quad \begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{B} = \rho_m, \\ \nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{j}_e. \end{cases} \quad (1.13)$$

这方程看上去对于“电”和“磁”对称得多了，但由于电荷和磁荷的  $P, T$  变换性质不同，这只是形式上的对称。

### § 3. 对称性的自发破缺

#### 1. 什么是对称性自发破缺？

在自然界或实验室中有时会发生这样一类现象，一个体系原来具有较高的对称性，突然之间对称性明显下降，产生所谓“对称性的自发破缺”，为什么叫“自发”呢？因为谁也没有施加不对称的因素，所以说，不对称的现象是自发地产生的。这样的例子非常多，我们举一个有意思的例子——Bénard 流。

我们在家里烧开水时，壶里水传递热量的方式主要靠对流。由于火较集中地在壶底的中央部分加热，这里的水先热起来，于是密度减少，向上升起，较冷的水密度较大，从四周下沉到壶底。如此周而复始，形成对流。这种热的传递方式比热传导效率高得多。

现在我们考虑这样一个实验，如图 1-29a 所示，在一个水平放置的扁平器皿内盛有一薄层液体，其深度比器皿的横向尺度小得多，从而边缘效应可以忽略。从下面均匀加热，在液层上下造成一个恒定的温度差  $\Delta T = T_2 - T_1$ ，热量将以何种方式向上传递？热传导是可以的，要形成对流却有困难。因为要对流，必须在有的地方向上流，在有的地方向下流。然而这里的实验装置在水平方向上是均匀的，它具有平移不变性，对流的存**在**必破坏这种对称性。

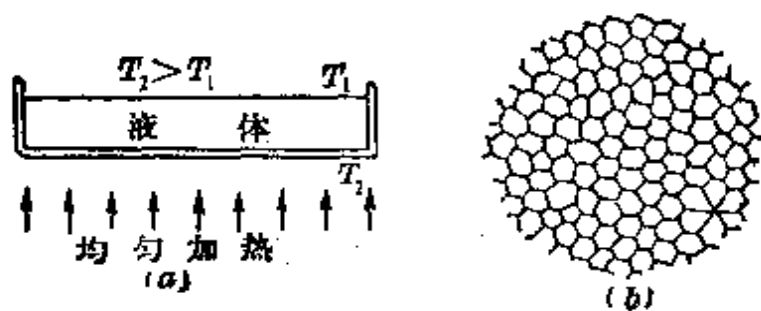


图 1-29 Bénard 对流

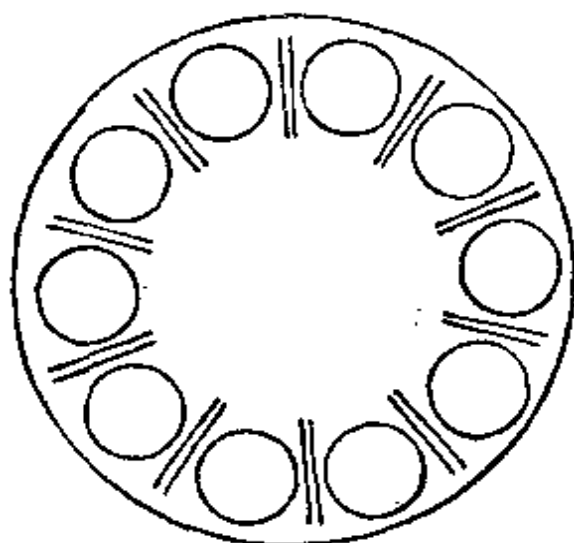


图 1-30 发生在餐桌上的对称性自发破缺

事实怎样呢?实验表明,当温差  $\Delta T$  不太大时,这装置中只有热传导,不发生对流。可是当温差  $\Delta T$  达到一定临界值时,对流突然发生了。这时如果从上往下看,液层中呈现花纹。液层上表面是自由的,在表面张力的作用下花纹常呈六角形的网格状,象蜂窝似的(图 1-29b),布满整个平面。实验表明,每个六角形的中心液体向上流,边界处液体向下流,花纹的尺度由有关的参量决定。这种对流现象首先是法国学者 Bénard 发现的,称为 Bénard 对流。出现网格,意味着平移对称性的步长和取向不再是任意的了,即体系的对称性大大下降。花纹并非实验装置中原有的,而是在一定条件



下自动产生的,这是一种“自组织”现象。Bénard 对流是对称性自发破缺的一个很好的例子。

发生 Bénard 对流现象时,液层中哪点向上,哪点向下?这是难以预料的。对称性自发破缺从哪里突然开始,带有偶然性。打一个生活中的比方,譬如设筵招待宾客。吃饭之前,服务员将餐具布置在圆桌面上。设桌面布置得如此对称,各碟子严格等距,相邻碟子间的筷子也放得不偏不倚,严格与两边等距(见图 1-30)。入席时各人坐在碟子后面,距两边的筷子等远。我们还假定,所有的人都没有偏爱用某只手持筷的习惯。于是在未开筵前这“体系”是左右对称的。突然某个人先拿起了一双筷子,譬如,拿的是他左边的那双,于是邻座的人就不得不也拿左手边的筷子。这过程迅速传遍了全桌,最后人人都拿了自己左手边的筷子。左右对称性被彻底打破了!这过程有个偶然的开端,向左或向右的结局也是偶然的。这也可以说是一种对称性的自发破缺。

看起来,对称性自发破缺的现象似乎与居里的对称性原理不符。其实不然,我们不妨举另外一个例子来说明。设想我们削一枝铅笔,铅笔本身如此均匀,削得也如此准确,笔头和笔杆可看作具有严格轴对称的圆锥体和圆柱体。设桌面是严格水平的,室内空气绝对宁静,我们小心翼翼地用手将此铅笔尖朝下竖立在桌面上,尽量使其轴线没有一点偏斜。将手放开后会发生什么事?这恐怕是人人都能预料的:笔倒下了。倒向哪一边?那就难以预料了。铅笔未倒之前,它对于铅垂线具有轴对称性;倒下后,这种对称性突然打破了。显然,这也可以说是一种对称性的自发破缺。违反对称性原理吗?有人说:“铅笔未倒之前,它倒向何方虽不能预料,但它朝各方向倒下的概率是相等的,即概率分布具有轴对称性”。是的,在这个问题里没有唯一性定理,所以我们应按修正了的表述来理解,对称性原理即全部可能的结果的集合仍是对称的。

然而问题到此还没有结束,如果这时有人反驳说:“铅笔倒向何方虽难预料,但绝不是没有原因的,譬如铅笔质量分布稍不均匀,轴线稍有偏斜,或有不可避免的微弱干扰等,只不过这些原因过于细微,我们难以察觉罢了”。对!这也是解救“对称性原理”困境的另一种方案,把初始条件中这些极不显眼的不对称因素计及在内,体系的原因本来就不对称,难怪结果不对称了。可是,“如此细小的原因怎么会引出如此明显的结果来呢?”这就和对称性原理无关了,它属于另一个问题,即体系的“稳定性问题”。

上文我们多次使用了“严格的”这个词来形容对称性,认真追究起来,这是不确切的。世上没有百分之百的绝对严格。当一个体系中存在或受到破坏对称性的微扰时,通常会发生三种不同情况:

a. 稳定 偏离对称性的因素会衰减掉,它们在结果中不体现出来。现今的太阳系属于这种例子。各行星的轨道大体上在同一平面内,从而对此平面太阳系有镜象对称,尽管有破坏这一对称性的内部或外部的众多微扰,但据科学家考证,太阳系的这一对称性从行星诞生时就保持着,直到现在,预计它还会长久保持下去。这表明,太阳系有抗拒这些微扰的稳定性。

b. 随动 有多大的不对称原因,相应地产生多大的不对称后果,既不放大,也不衰减。直流电路属于这种例子。电路中电阻的布局偏离对称到什么程度,电流分布的不对称就达到相应的程度。

c. 不稳定 破坏对称性的微扰会被放大,最终在现象中表现出明显的后果。对称性的自发破缺就是这样产生的。

一个体系的稳定性往往与其内部或外部的参量有关。有的体系,当有关参量达到一定临界值时会突然失稳,对称性自发破缺就此发生了。各种相变大体上属于这类现象。“对称性自发破缺”的概念最先出自凝聚态物理,以后运用于粒子物理、天体物理等学

科,取得了惊人的成就。60—70年代建立起来的弱电统一理论和大爆炸宇宙学,都与对称性自发破缺的概念有密切关系。

下面介绍两个重大的对称性破缺问题,一个是宇宙间的重子反重子不对称性,一个是生物界的左右不对称性。

## 2. 重子-反重子的不对称性

环顾今日我们周围的世界,几乎一切看到的物质都是由质子、中子组成的原子核和核外的电子构成的。按照狄拉克的理论,每种粒子都有自己的反粒子,如反质子、反中子、反电子(即正电子)等。1933年他因这个理论获得了诺贝尔物理学奖。在狄拉克方程中,粒子和反粒子处在对称的地位,当时他认为,在自然界中正、反粒子的地位也应是完全对称的。虽然我们的地球,以至整个太阳系中刚好质子、中子和电子占优势,在其它某地方,也许这地方十分遥远,应存在“反物质世界”,在那里的原子、分子是由反质子、反中子和正电子构成的。由于由物质和反物质构成的星体光谱一样,用当时的天文学手段很难区分。以狄拉克为代表的这一“反物质世界”的假说曾为许多人信奉,但从那时以来的各种天文观测,越来越对这一假设不利:宇宙线中反质子与质子数量之比,最多只有 $10^{-4}$ 的数量级;无论在太阳系内、银河系内,还是整个星系团的更大范围内,都未观测到正、反粒子对湮没时发射的强大 $\gamma$ 射线,等等。看来这一假设应该否定了。

质子、中子和它们的反粒子,在粒子物理的分类学中属于重子。当前实验高能物理所及的能量范围已接近 $\text{TeV}(10^{12}\text{eV})$ ,这比质子或中子的静能( $\text{GeV}$ 量级,即 $10^9\text{eV}$ )大 $10^3$ 倍。从现在的所有实验事实来看,重子数是个守恒量。重子数 $B$ 是这样定义的:每个重子的重子数 $B=1$ ,每个反重子的重子数 $B=-1$ 。这样,在重子对产生和湮没的过程中,重子数总和保持为零。在其它有重子参与的过程中,重子数 $B$ 的总和也是不变的。倘若认为重子数

守恒是一条在任何情况下都颠扑不破的定律,我们就只好认为,宇宙从它一诞生的时候起就存在现今那样多的不为零的重子数,即重子和反重子从头起就是不对称的。

现代标准宇宙学,是大爆炸宇宙学。这学说认为,宇宙是在一次巨大的爆炸中诞生的。宇宙早期处于极高温度和极高密度的混沌状态。随着时间的流逝,宇宙膨胀着,冷却着。在各个演化阶段宇宙内存在哪些粒子?如果温度足够高, $kT$  ( $k$ ——玻耳兹曼常数)在数量级上大于某种粒子的静能:

$$kT \gg m_0 c^2, \quad (1.14)$$

这种粒子及其反粒子就可以从真空中成对地产生,同时也成对地湮没。此时,这种粒子在动态平衡中大量存在。当宇宙冷却到上述不等式不再成立的时候,该种粒子将难以产生。如果剩下来的粒子和反粒子数目严格相等,它们遇到一起就湮没掉了,从而在宇宙中绝灭。

质子或中子的静能为 GeV 量级,按式(1.14)估计,它们的数目开始冻结下来的温度为  $T_0 \sim m_p c^2 / k \sim 10^{13} \text{K}$ 。在宇宙进一步因膨胀而冷却的过程中,  $T \ll T_0$ , 能量范围远低于 GeV。现代实验高能物理可以肯定,在这种条件下重子数严格守恒。也就是说,当今宇宙中的质子、中子总数与反质子、反中子总数之差,与早期质子、中子冻结下来的时候一样多。据估计,宇宙中现存的重子数(主要是质子和中子)与光子数(主要在宇宙背景辐射中)之比大约是  $1:10^9 \sim 10^{10}$ ①。在  $T \gg T_0$  以前,质子、中子和它们的反粒子与光子处于热平衡态,故可认为,那时它们的数量级是一样的。可见,宇宙早期质子、中子和它们的反粒子数量都比现在大十亿倍以上,相比之下,正反粒子数量上的差额,或者说不对称性,是微乎其微的。宇宙冷却时,它们之中的绝大部分湮没掉了,剩下那一点点“残渣”

① 详见第四章 § 3, 例题 24

却成为构筑我们周围绚丽多彩的世界和人类自身的基石。这里只有质子和中子，几乎再也看不到它们的反粒子了。就这样，我们看到，从当初正反粒子微不足道的不对称性是如何发展到现在这样一个完全不对称的世界的。

尽管当初正反重子之间的不对称性如此之小，我们不能因此而自我安慰，放弃追究这一对称性破缺是怎样来的原因。当然可以假定，宇宙从它一诞生起，就存在现今那样多的不为零的重子数。但是彻底的宇宙演化观主张，一切都是从简单、对称、均衡开始的，一切复杂的、不对称的、不均衡的现象都不是原初如此，而是有其起源的。正、反重子原初不对称的假设，人们不大乐意接受。

当前，对正、反重子不对称性比较可能的解释，是在早期极高温的宇宙中存在着违反重子数守恒的过程。这类过程能量之高，是现今实验高能物理学家无法实现的。在60—70年代温伯格(Weinberg)、萨拉姆(Salam)和格拉肖(Glashow)成功地发展了统一弱作用和电磁作用的理论以来，人们普遍相信，强作用也可以与弱、电作用统一起来，这就是所谓“大统一理论”。大统一理论的最早，也是最简单的版本，叫做SU(5)理论。这理论预言，在早期宇宙温度在 $10^{28}$ — $10^{32}$ K范围内的时代(所谓“大统一时代”)存在过重子数 $B$ 不守恒的过程，使 $B$ 围绕零产生微小的涨落。在 $T$ 降到 $T_c$ 以下时，偶然的涨落被冻结下来，形成了今天的对称性破缺的世界。现在我们有办法用实验方法来验证这个理论吗？大统一理论的这一方案预言，在宇宙冷却到现在的温度以后，唯一可能的 $B$ 不守恒过程是质子蜕变。也就是说，质子不再是稳定的粒子了，SU(5)理论估计，它的寿命为

$$\tau_p \simeq 10^{28} - 2.5 \times 10^{31} \text{年}$$

这提供了验证该理论的一个判据。要知道，宇宙的年龄才只有 $10^{10}$ 年的数量级，这样长的半衰期能测量吗？没有关系，只要有足够多

的质子(譬如  $10^{23}$  个, 约合近万吨物质), 观测一年左右的时间, 如果上述理论预言正确, 总该探测到几个事例. 重要的问题是如何去掉背景干扰. 屏蔽物本身的天然放射性能量较低, 容易识别, 最麻烦的是宇宙线经大气后产生的  $\mu$  子和中微子的干扰. 所以实验必须在很深的矿井中做. 理论预言质子蜕变有多种可能的渠道, 其中最主要的是

$$p \rightarrow \pi^0 + e^+, \quad \pi^0 \rightarrow 2\gamma.$$

由于动量守恒, 从静止质子蜕变产生的  $\pi^0$  和  $e^+$  是朝相反方向飞出的, 这一特征使它容易与其它假象区别开来(参见图 1-31).

1983 年前后, 美国、印度、日本等国家针对 SU(5) 大统一理论做了一些探测质子蜕变的实验, 其中最具有说服力的实验是美国 IBM 公司的一个协作组在俄亥俄(Ohio) 州克里弗兰(Cleveland) 市以东六百多米的 Morton Thiokol 盐矿中进行的<sup>①</sup>. 探测装置如图 1-32 所示, 其中部是  $17 \times 18 \times 23 \text{ m}^3$  的纯水, 矩形体的六面布置了 2048 只光电倍增管, 每只直径为 12.5cm, 想藉此来探测  $e^+$  和两个高能光电子在通过纯水时产生的切连科夫辐射. 经过 204 天的连续观察, 未测到一个质子蜕变事件. 据此推算,  $\tau_p$  一定大于  $1.7 \times 10^{32}$  年, 从而否定了 SU(5) 理论.

近年来, 各国科学家进一步修改着大统一理论, 提出一些新的方案; 实验方面也在改进探测装置, 准备适应理论的发展. 总之, 究竟质子是否蜕变? 一时尚难有定论.

### 3. 生物界的左右不对称性

大多数动物在外观上看都具有左右对称性, 当然也有少数例外, 如蜗牛、比目鱼等. 但体内的器官就不那么对称了, 例如人的心脏在左, 盲肠在右, 等等. 这类不对称性还只是比较肤浅的, 如果深入到分子水平, 我们就会发现一种普遍存在于生物界的更深

<sup>①</sup> J. M. LoSecco, F. Reines and D. Sinclair, *Sci. Am.* **252**, 54 (June 1985).

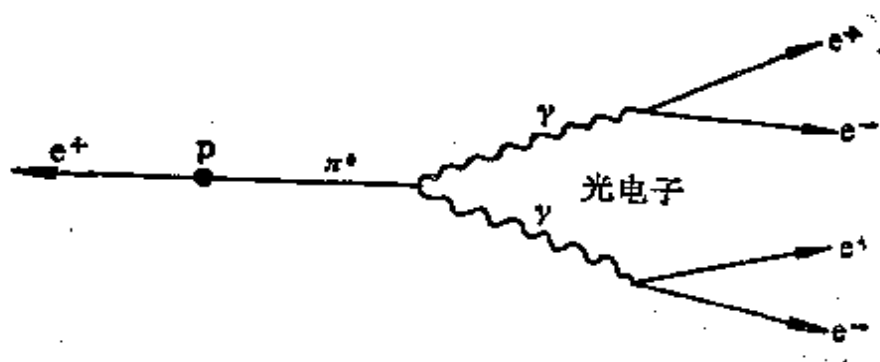


图 1-31 质子蜕变反应

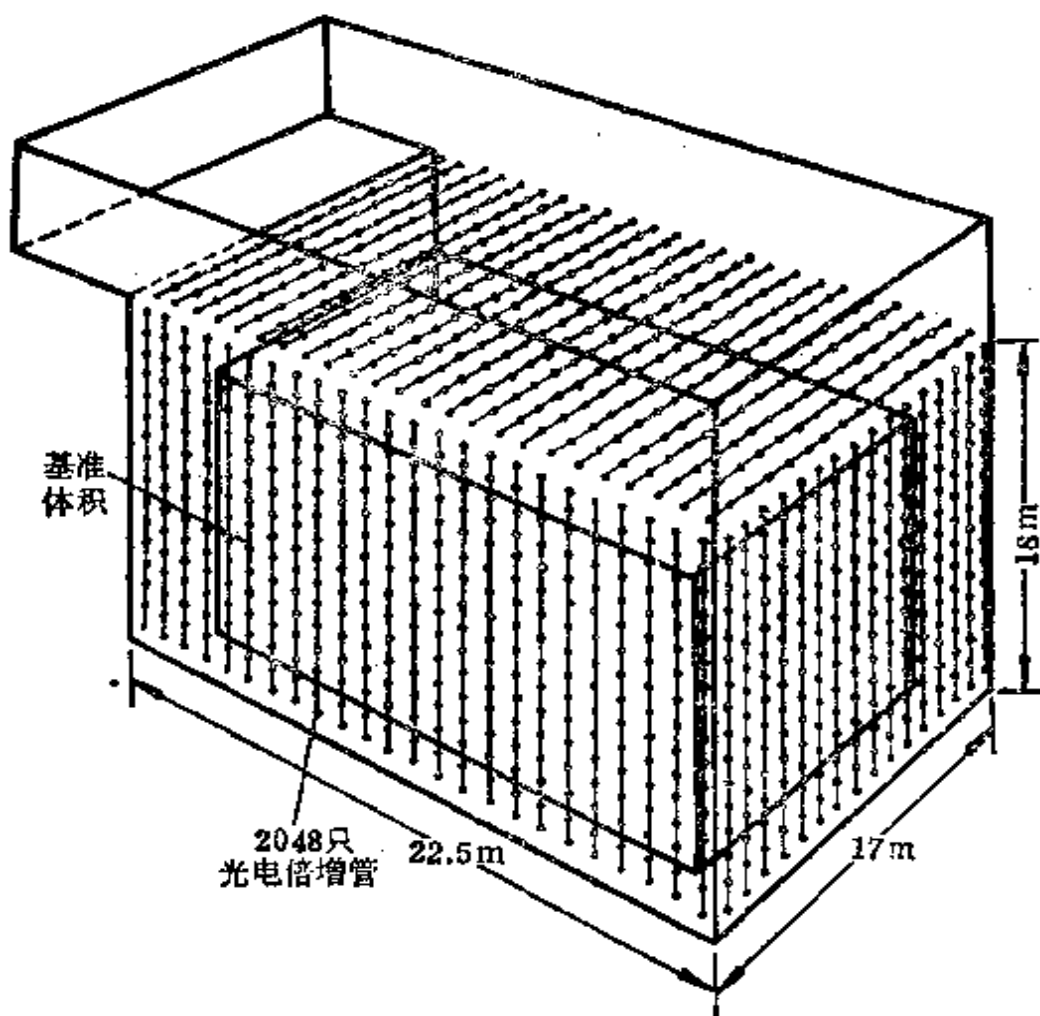


图 1-32 IBM 协作组探测质子蜕变的实验装置

刻的左右不对称性。可以不算夸大地说，历史上正是这种不对称性的发现，引导人类进入了认识微生物的大门。<sup>①</sup>

奠定微生物学基础的，是被誉为“人类的恩人”的法国化学家路易·巴斯德(Louis Pasteur)。是他科学地论证了传染病起源于微生物，是他从理论上阐明了有机体的免疫性是怎么回事，是他创立了消毒法使食物免于腐烂、使外科手术不致感染，是他创立的疫苗接种法拯救了成千上万儿童的生命，…。可是，巴斯德的博士论文是物理和化学方面的。1844年德国化学家E. F. Mitscherlich的一篇论文引起巴斯德对晶体的浓厚兴趣。他发现，酒石酸钠铵和葡萄糖酸钠铵的结晶具有相同的晶形，一样的化学性质，但溶液的旋光性质却不同。前者使偏振面向右旋转，后者无旋光性。巴斯德自1847年起撰写的论文正是关于液体旋光现象的。对于上述现象，当时的流行看法都倾向于去证明两种晶体是完全不同的，巴斯德对此抱怀疑态度。在他不懈的实验观察下，终于在1848年揭开了这个谜。他发现，酒石酸盐和葡萄糖酸盐的晶体都有半面晶面(hemihedral facet)，在前者半面晶面全是向右倾斜的，在后者有的向左，有的向右，互为镜象反射(图1-33)。他小心翼翼地把葡萄糖酸盐中向左和向右的小晶体挑选出来，分别制成溶液，结果发

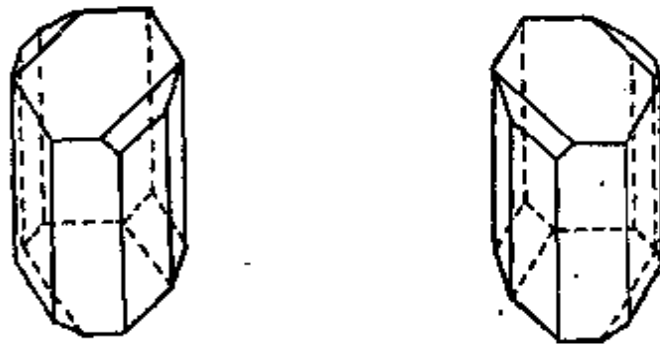


图1-33 1850年巴斯德发表的葡萄糖酸钠铵的两种互为镜象的晶体

<sup>①</sup> 有关生物体内化合物的左右不对称性，除参考本章末所列的文献[5]外，还可参考J. Applequist, *American Scientist*, 75(1), 57(1987).



现,一个使光的偏振面左旋,另一个右旋。二者等量混合,则不表现光活性(旋光性)。这样,巴斯德就发现了酒石酸盐的左、右两种旋光异构体,并证明了葡萄糖盐实际上是它们的等量混合。这种光惰性(即无旋光性)的物质叫做外消旋体(racemate)。这工作使他一举成名。

此后,巴斯德对晶体如此着迷,他到处用结晶学的观点来研究物质。巴斯德先后有过两个强烈的信念,一是光活性与晶形不对称密切相关,二是光活性必有与生命过程相联系的起源。对前一命题,他遇到了不少例外,实际上溶液的光活性是与分子结构的不对称性相关的,而分子结构的不对称性不一定反映在晶形上。后来他对此命题作了修改,后一命题却被当时和以后的研究不断地证实着,引导着巴斯德一步步地走入微生物的领域。

巴斯德的微生物研究是从发酵问题开始的。戊醇是酿酒工业中的一种副产品,1855年巴斯德发现它有光活性和光惰性两种异构体。当时盛行的看法认为戊醇的光活性溯源于生成它的糖类的光活性。巴斯德却认为戊醇和糖类分子的结构差别太大,恐怕上述看法不对。这个问题引导他深入研究发酵过程,终于证实了发酵过程是与活的微生物(酵母)的生长过程相联系的。于是,发酵的生物理论战胜了当时的化学理论。巴斯德的发酵论文是1857年发表的,1860年他研究了生物的自然发生问题,1867年研究了葡萄酒和啤酒的病害,1868年研究了桑蚕病害,1881年研究了传染病和疫苗,1885年研究了狂犬病的预防,……。就这样,巴斯德从研究有机物晶形的不对称性与光活性的联系开始,一步步跨向前去,成为了一位空前伟大的微生物学家。

巴斯德走了这样一条道路并不是偶然的。下面我们即将看到,生命的微观过程最显著的一个特征,是分子水平上的对称性破缺。

现代的生物化学告诉我们,有机化合物的旋光异构现象是与

有机分子中碳原子四个价键的空间构型有关,如图 1-34 所示,碳原子的四个价键不在同一平面内,而是指向四面体的顶点,碳原子本身占据四面体的中心。当四个价键被不同的基团  $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R_3$ 、 $R_4$  所饱和时,可以得到两个(也只能得到两个)不同的四面体,它们彼此互为镜像,但不能叠合,形成左(L)、右(D)型的异构体<sup>①</sup>。例如在甘油醛中,四个基团分别为  $\text{CH}_2\text{OH}$ 、 $\text{H}$ 、 $\text{CHO}$  和  $\text{OH}$ , L、D 两种构型的甘油醛见图 1-35,图中省略了四面体中心的 C 原子, (+)、(-) 代表该物质的水溶液旋光的方向, (-) 代表左旋, (+) 代表右旋。应注意,单糖分子的 D、L 构型是以甘油醛为标准进行比较而确定的,其它有机分子的 D、L 构型也按一定的规则约定,与它们水溶液旋光方向的 (+)、(-) 没有必然的联系。例如, D 型丙氨酸的光活性是左旋的, L 型丙氨酸的光活性呈右旋,故而有 D(-) 和 L(+)-型的丙氨酸(见图 1-36)。

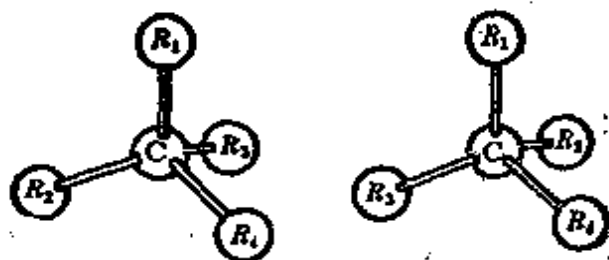


图 1-34 碳四面体左、右两种构型

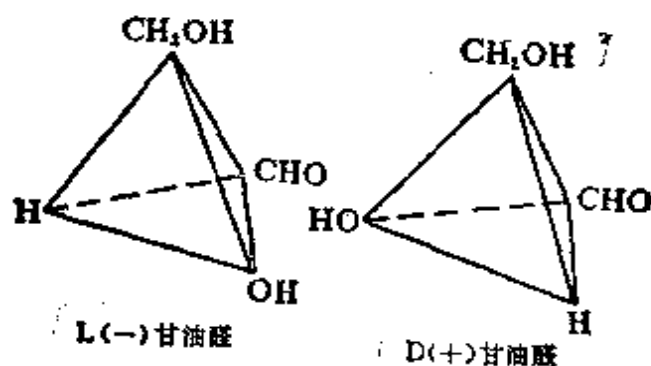


图 1-35 甘油醛的旋光异构体

<sup>①</sup> L 代表 levo, D 代表 dextro, 法文左、右之意。

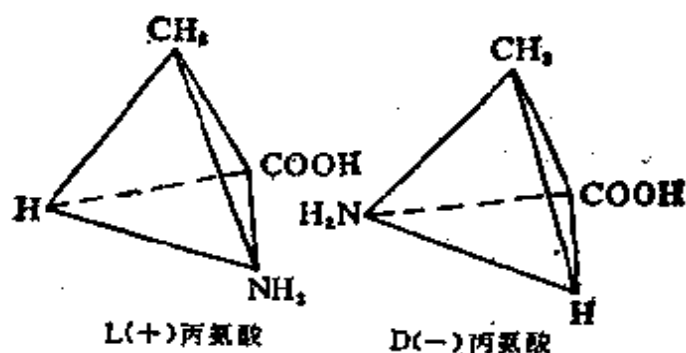


图 1-36 丙氨酸的旋光异构体

生命的基本物质是蛋白质(protein),它由氨基酸(amino acid)的链组成,每种氨基酸都有 D、L 两种旋光异构体。如果我们试图用  $\text{CO}_2$ 、氮等原料去人工合成氨基酸,得到的产品总是 D、L 型各半的外消旋物,它们总体上保持着左右对称性。但是生物蛋白质几乎全部是由 L 型的氨基酸组成的,尤其在高等动物中更是如此。这是怎么回事?

在 19 世纪以前人们是用“生机论”来解释生命现象的,人们认为,由有机化合物组成的活体之所以有生命,是因为有某种神秘的“生命力(vital force)”在支配。1824 年 F. Wöhler 用无机物合成了尿素之后,为人类用自己的双手创造出生命打开了希望之门,生机论动摇了。然而巴斯德以及后来的一系列有关生物体内化合物左、右不对称性的发现,又使我们产生疑窦。只是人工合成出有机物,还不意味着创造出生命。是什么力量在所有生物活体内从左、右化合物中挑选出一半呢?难道有位上帝,或者什么精灵,象巴斯德那样,在众多的晶体中挑选着其中的一种异构体?其实干这件事的不是别人,而是生物体内的催化剂——酶(enzyme)在起作用。在生物体内,酶负责食物消化、神经传导等多种功能。酶这样一种生物催化剂与普通的化学催化剂不同,其突出的特点是催化效率极高(是普通催化剂的  $10^7$ — $10^{18}$  倍),反应条件温和(无需高温、高

压、强酸、强碱等生物体不能容忍的条件)，和专一性(包括对旋光异构体的专一性)特别强。其实，酶本身就是一种特殊的蛋白质，它也有 D、L 构型之分。生物体内的酶是 L 型的，它只消化和制造 L 型的氨基酸，对 D 型的氨基酸不起作用。这是因为酶和它的作用物在空间构型上有高度的适配性，犹如只有特定的钥匙配特定的锁那样，若把锁进行镜象变换，原来的钥匙就不适用了。不仅高等生物在有机化合物的 D、L 构型上有如此的选择性，低等生物也有此现象。有人作过这样的实验，用 D、L 混合的糖水去培养某种细菌，结果发现细菌只“食用”溶液中的一种旋光异构物，把“不对路”的那一种剩下来。

支配生命过程的物理、化学规律(主要是电磁相互作用)是左右对称的。因此我们可以设想，把我们的现实世界全部来一次镜象反射变换。在那个世界里一切生物和我们的相反，体内的酶和蛋白质都是 D 型的，它们偏爱食物中的 D 型氨基酸。我们相信，生活在这“镜象世界”里的朋友生活得和我们一样好。但是，若把那个世界里的个别动物(譬如一只青蛙)捉到我们这里来，起初它可照样鼓噪、跳跃，一时看不出什么异常。然而当它捉到一只飞蛾并把它吞下时，却无法把它消化掉。长此以往，这只“镜象蛙”非饿死不可。L. Carroll 写了一本著名的童话，叫做《阿丽思漫游奇境记》。书中写道，小女孩阿丽思在一面穿衣镜前思索了一会儿，走进了镜子里边，说道：“小猫咪，你喜欢住在这所镜象房子里吗？我不知道他们会不会给你牛奶喝？或许镜子里的牛奶不大好喝……”不知该书的作者是否知道，镜子里的牛奶岂止不好喝，从镜子外边走进去的动物根本无法消化它！

生物体内化合物的这种左右不对称性正是其生命力的体现。上文所及，维持这种左右不平衡状态的是生物体内的酶。生物一旦死亡，酶便失去活性，造成左右不平衡的生物化学反应也就停止。

了。此后随着时间的推移，L型氨基酸逐渐向D型氨基酸转化，直至D、L型各占一半，反应达到平衡而告终。其实，氨基酸的这种外消旋作用并非从死亡时才开始的，研究表明，在生物体老化的过程中，D型氨基酸已按一定速度在体内积累起来，体温越高的动物外消旋的速度越快。由此可见，生命与分子的不对称性如形影之相守，息息相关。

无机界的化合物总体上是左右对称的，上面我们用酶的作用解释了生物个体内化合物不对称的根源。地球上生命发源之初，左右对称性的破缺是怎样开始的？不从物理上说明这个问题，生命现象的本质仍蒙着一层“生机论”的神秘色彩。有的科学家相信，生物分子协调一致的不对称，说明所有生命是同源的。由于偶然的涨落，对称性自发地破缺了。“天平”偏向了一边，这样造就出来的第一批不对称的有机化合物，构成了地球上生物圈的共同始祖。否则怎能说明，在生物进化的过程中，通过竞争和自然淘汰，只保留下来偏向同一面的不对称生物？这种看法目前尚缺乏足够的证据。也有人在地球上形成生物的外部条件上找原因。譬如，宇宙线中的正、负带电粒子是不对称的，它们在地磁场中的回旋运动也不对称，从而使阳光通过大气时，其中左右旋偏振光的成分不对称。再通过光合作用，合成了生物体内不对称的有机化合物。实际测量表明，这种效应即使有，也极其微弱，恐怕难以说明问题。总之，这个问题当前仍是悬案，没有定论。

#### 4. 对称性意味着不可分辨性

如本章开头所说，对称性即不变性。换句话说，哪里存在一种对称性，就意味着这里边包含一种不可分辨性，或者说，有一件不可认识的事物。若用信息论的语言说，则对称性越高，信息量越少，即信息熵越高。可见，“对称性”和“熵”，这两个概念有着内在的联系。如上所述，伴随着生命的老化（在这不可逆的过程中熵增

加着)，体内有机化合物逐渐外消旋化(左右对称的程度增加了)，这就是一个很好的例子。

本章里讨论的对称性有两类：一类是某个物体或某件具体事情的对称性，另一类是物理定律的对称性。若一只洁白无瑕的花瓶具有完美的轴对称性，我们就无法分辨它的前后左右，亦即它绕中心轴的方位是不可认识的。这例子指的是一个物体的对称性。牛顿定律具有伽利略不变性，这种对称性使我们不能分辨绝对静止和绝对运动，亦即在牛顿力学领域内绝对时空是不可认识的。但麦克斯韦方程不服从伽利略变换，这曾给予人们在电磁学或光学领域内认识绝对时空的希望。迈克耳孙和莫雷做了实验，结果失败了，导致了相对论的诞生。人们认识到，牛顿力学及其对称性(伽利略不变性)都是不精确的，应为相对论力学和洛伦兹协变性所替代。这种更精确的对称性却更彻底地否定了“绝对时空”的可认识性。这些例子都谈论的是物理定律的对称性问题。由此可见，与个别事物的对称性相比，物理定律的对称性具有更普遍而深远的意义。

R. 费因曼曾编造过一些生动有趣、寓意深刻的假想情节，来说明对称性和不可分辨性之间的关系<sup>①</sup>。我们将以他的脚本为基础，略加删改，铺陈出下面一段故事来：

设想一位中国人和一位外国人通长途电话。这位中国人基本上通晓该国语言，只是不会说“左”和“右”两个字。他企图通过电话向那位外国朋友解释汉语里的“左”和“右”是什么意思。应该怎么办？他可以告诉对方：“请你面向南站着，你东边的是左手，西边的是右手”。如果他连外语中“东、西、南、北”也不会说，但知道该国也在北半球，他可以告诉对方：“请你中午面向太阳，朝日出方向的是左手，日落的方向是右手”。这个例子表明，人体有左右对称

<sup>①</sup> R. Feynman, *The Character of Physical Law*, MIT Press, 1962, Chap. 4

性，我们难以就其自身来定义左和右，但我们所处的环境（自转着的地球）左、右是不对称的，故可借环境的不对称性来定义个别物体（人体）的左和右。

对于物理定律的对称性，情况就不那么简单了。设想在茫茫宇宙的深处果真有智慧的“外星人”，犹如科学幻想电影中的“火星人”马丁叔叔(Martian)，他们的科学知识一点也不比地球上的人类少。然而地球人和“外星人”彼此丝毫也不知道对方所处的环境（譬如对方的星球朝哪边转，等等），只是用某种方式通上了话。当然，一开始需要沟通彼此的语言。最容易解释清楚的是数目字，因为一方可以说：“嘀嗒，一；嘀嗒，嘀嗒，二；嘀嗒，嘀嗒，嘀嗒，三；……”。聪明的对方很快就明白了“一、二、三”的含义。美国康奈尔大学的物理教授 P. Morrison 曾研究过，其它的事物，如化学元素的名称，长度和时间的单位等，也都是可以解释清楚的。唯独到了“左”、“右”两字，就把人难住了。因为他们不了解对方的环境，无法借助于环境的不对称性来说明左和右。地球人想告诉对方，“你心脏所在的一方是左边”，但不知，“外星人”的心脏是否和我们一样，也在左边？也许他们根本就没有心脏！地球人又想用旋光性来解释我们“左”、“右”的定义：“蔗糖溶液使光的偏振面转向右方”。但一想，也不知他们那里有没有甘蔗？即使有，而且他们那里生物圈内的物种和地球上基本一样，会不会生物体内的有机分子刚好全都是地球上的“镜像”？因为这也是完全可能的。

为什么“左”、“右”的定义这样难以解释清楚？归根结蒂，是因为这里遇到的物理、化学定律具有左右对称性，致使“左”、“右”这一纯粹是语言上的约定，无法用客观事物来区分。

“有了！”一位粒子物理学家忽然想到，在弱作用过程中宇称不守恒，即左右不对称。在宇宙间只有左旋的中微子和右旋的反中微子。想到这里，这位粒子物理学家马上告诉“外星朋友”：“你知道

什么是中微子和反中微子吗？它们的自旋相对自身运动的取向分别是左旋和右旋”。于是，大家都满意地感到理解了对方“左”和“右”的定义。他们非常高兴，地球上的主人邀请这位“外星朋友”来作客，并介绍了地球上的见面礼节——伸出右手握手。对方欣然允诺，并表示来访时入乡随俗，一定尊重地球上的礼节。

这一天，一切准备就绪，地球上的主人翘首仰望长空，等待着天外来客。忽然间，那位粒子物理学家惊叫起来：“不好！”他想起来了，这位来客的家乡会不会是“反物质世界”？果真那样，他会把我所说的“中微子”理解成“反中微子”，他所理解的“左”和“右”是颠倒的。要不要立刻打个星际长途电话，先把这件事问清楚？这不可能，因为 CP 对称，这件事是说不清楚的。只好耐心地等待，远方客人来到之后，一看他伸出哪只手，就水落石出了。如果他伸出右手，就赶上前去握手寒暄；如果伸出左手，可就糟了，他是“反物质人”！赶快大喝一声：“请快离开！我们碰到一起将同归于尽，一切都会湮没掉的！”

### 参 考 文 献

- [1] H. 魏尔: 对称, 商务印书馆 1986.
- [2] J. Rosen: *A Symmetry Primer for Scientists*, John Wiley & Sons, 1983.
- [3] 杨振宁: 基本粒子发现简史, 上海科学技术出版社, 1963.
- [4] 陆琰、罗辽复: 从电子到夸克——粒子物理, 科学出版社, 1986.
- [5] R. Feynman: *Lecture on Physics*, Vol. 1. Chap.52, Addison-Wesley Pub. Co. 1963.
- [6] L. O. 布琼: 光与生命, 科学出版社, 1984. 第 8 章.