

[文章编号] 0001-5733(2000)02-0152-08

[中图分类号] P311.9

地球自转与 El Nino——波动理论

刘式适 刘式达 傅遵涛

(北京大学地球物理学系,北京 100871)

[摘要] 考虑地球自转速率随时间的变化,应用描写低纬的地球流体(大气和海洋)的浅水模式方程组,分析了地球自转速率变化对低纬大气和海洋波动的影响。研究指出:地球自转速率的变化不但会直接影响纬向风和洋流的变化,而且通过 Kelvin 波的传播导致海平面和海温的变化,从而导致 El Nino 现象的产生。所以,地球自转速率的变化是影响全球气候变化的重要因素之一。

[关键词] 地球自转速率, El Nino 现象, Kelvin 波。

1 引言

由于来自地球内外的多种物理因素的作用,地球自转速率并不是恒定的,它存在多种时间尺度的变化^[1]。地球自转速率的变化必然要对地球本身、地球大气和地球海洋的运动产生影响。

近 10 年来,郑大伟^[2-6]、任振球^[7-9]、钱维宏^[10-12]等较详细地研究了地球自转速率变化对地震、大气和海洋活动的影响,使人们开始重视地球自转速率变化所产生的全球影响,并且成为地球动力学的一个重要研究领域。

关于 El Nino 现象形成的原因,目前的认识并不一致^[13],但比较一致的看法是:在热带太平洋上空一般盛行东南信风,但当信风减弱,甚至吹西风时,就会产生 El Nino 现象^[14]。本文从动力学角度探讨地球自转速率变化对低纬大气和海洋波动,特别是对 El Nino 现象的影响。

2 基本方程

考虑地球自转角速度 Ω 随时间 t 的变化,则描写大气和海洋的浅水模式方程组可以写为^[11]

[收稿日期] 1998-12-07 收到, 1999-09-22 收到修改稿。

[基金项目] 国家“九五”攀登项目(970231003)。

[作者简介] 刘式适,1938 年生,1962 年毕业于北京大学物理系,现为该校地球物理系教授,博士生导师,长期致力于地球、大气动力学和非线性动力学的研究。

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} - fv = -\frac{\partial \phi'}{\partial x} - \alpha_0 \frac{d\Omega}{dt} a \cos \varphi, \\ \delta \frac{\partial v}{\partial t} + fu = -\frac{\partial \phi'}{\partial y}, \\ \frac{\partial \phi'}{\partial t} + c_0^2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) = 0, \end{cases} \quad (1)$$

其中 φ 为纬度, a 为地球平均半径, $f = 2\Omega \sin \varphi$ 为 Coriolis 参数, x 和 y 分别为向东和向北的坐标, 相应的流体速度分别为 u 和 v , 而

$$c_0^2 \equiv gH, \quad \phi' \equiv gh', \quad (2)$$

这里 g 为重力加速度, H 为静止时自由面的高度, h' 为相对于静止自由面的高度偏差, 在海洋中通常认为 h' 与海表温度偏差 T' 成正比. (2) 式中 c_0 可视为表面重力波的特征速度, ϕ' 可视为自由面的重力位势偏差. 在方程组(1)中, $-\alpha_0 \frac{d\Omega}{dt} a \cos \varphi$ 即是由于地球自转速率的变化, 通过固体地球与地球流体(大气或海洋)之间的角动量交换所产生的对地球流体的附加作用力; 而 α_0 表示固体地球对大气和对海洋的作用系数,

$$\alpha_0 = \begin{cases} 5.69 \times 10^5 & \text{对大气,} \\ 2.73 \times 10^3 & \text{对海洋,} \end{cases} \quad (3)$$

研究表明^[1], 在季—年这一时间尺度上, 附加作用力 $-\alpha_0 \frac{d\Omega}{dt} a \cos \varphi$ 与 Coriolis 力($fv, -fu$)有相同的量级. 在方程组(1)中引入了滤波参数 δ , 取 $\delta = 0$ 称为长波近似^[15], 它滤去了大气和海洋中的重力惯性波、混合 Rossby 重力波和短(波长的)Rossby 波, 而保留了 Kelvin 波和长(波长的)Rossby 波, 这是对 El Nino 现象和气候演变有意义的两类波动.

在低纬地区, 应用赤道 β 平面近似

$$f = \beta_0 y, \quad (4)$$

其中 β_0 为 Rossby 参数(常数). 这样, 在长波近似下的浅水模式方程组(1)就可以改写为

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} - \beta_0 yv = -\frac{\partial \phi'}{\partial x} - \alpha_0 \frac{d\Omega}{dt} a \cos \varphi, \\ \beta_0 yu = -\frac{\partial \phi'}{\partial y}, \\ \frac{\partial \phi'}{\partial t} + c_0^2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) = 0. \end{cases} \quad (5)$$

这就是我们讨论问题的方程组. 方程组(5)的头两式消去 u , 得到

$$\beta_0^2 y^2 v = - \left(\frac{\partial^2}{\partial t \partial y} - \beta_0 y \frac{\partial}{\partial x} \right) \phi' + \alpha_0 a \beta_0 y \frac{d\Omega}{dt} \cos \varphi, \quad (6)$$

方程组(5)的第二式对 x 微商, (6) 式对 y 微商, 注意

$$\frac{\partial}{\partial y} (y \cos \varphi) = \cos \varphi - \frac{\sin \varphi}{a} y = \cos \varphi - \frac{f}{2\Omega a} y = \cos \varphi - \frac{\beta_0}{2\Omega a} y^2, \quad (7)$$

则得到

$$\left\{ \begin{array}{l} \beta_0^2 y^2 \frac{\partial u}{\partial x} = -\beta_0 y \frac{\partial^2 \phi'}{\partial x \partial y}, \\ \beta_0^2 y^2 \frac{\partial v}{\partial y} + 2\beta_0^2 y v = -\left(\frac{\partial^3}{\partial t \partial y^2} - \beta_0 y \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} - \beta_0 \frac{\partial}{\partial x} \right) \phi' + \\ \alpha_0 \beta_0 \frac{d\Omega}{dt} \left(a \cos \varphi - \frac{\beta_0}{2\Omega} y^2 \right). \end{array} \right. \quad (8)$$

(8)的两式相加,并利用(5)的第三式和(6)式,得到

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial^2 \phi'}{\partial y^2} - \frac{2}{y} \frac{\partial \phi'}{\partial y} - \frac{\beta_0^2 y^2}{c_0^2} \phi' \right) + \beta \frac{\partial \phi'}{\partial x} = F(y, t), \quad (9)$$

其中

$$F(y, t) = -\alpha_0 \beta_0 \frac{d\Omega}{dt} \left(a \cos \varphi + \frac{\beta_0}{2\Omega} y^2 \right) \approx -\alpha_0 \beta_0 \frac{d\Omega}{dt} \left(a + \frac{1}{a} y^2 \right) \quad (10)$$

表征地球自转速率变化对自由面重力位势偏差的影响。方程(9)就是我们分析地球自转速率变化对大气和海洋波动影响的基本方程。方程在 x 方向有周期性边条件,而在 y 方向的边条件取为

$$\phi' \Big|_{y \rightarrow \pm \infty} = 0. \quad (11)$$

3 物理分析

首先,当地球自转速率不变时,由于赤道向西的信风(即赤道东风)通过风应力使赤道附近的海水向西流动($u < 0$),并在大洋西部形成海水水平辐合($\partial u / \partial x < 0$),大洋东部形成海水水平辐散($\partial u / \partial x > 0$)。从而使大洋西部海平面升高($\partial \phi' / \partial t > 0$)和海表温度增加,大洋东部海平面下降($\partial \phi' / \partial t < 0$)和海表温度下降,这也是与海水向西流动要求大洋东部下层海水涌升相配合的。

其次,当地球自转速率发生变化时,由于大气的 α_0 大于海洋的 α_0 ,地球自转速率变化所形成的附加作用力 $-\alpha_0 (d\Omega/dt) \cos \varphi$ 首先作用于大气,而且首先作用于大气的低纬地区。所以,当地球自转减慢($d\Omega/dt < 0$)时使大气纬向速度增加(方程组(5), $\partial u / \partial t > 0$),从而出现所谓西风异常(即向西的赤道信风减弱)。这样,通过风应力也必然使海洋纬向洋流增加,相应也出现赤道洋流异常(即向西的赤道洋流减弱),因此,通过部分海水的东移和赤道 Kelvin 波(自西向东传播),必然使得大洋东部海平面升高、下层冷水涌升减弱和海表温度增加,从而出现引起全球气候异常的 El Nino 现象。相反,当地球自转加快时($d\Omega/dt > 0$),使大气纬向速度减小(方程组(5), $\partial u / \partial t < 0$),从而加强已有的向西的赤道信风,不会出现所谓西风异常,同时通过风应力,也必然使海洋纬向洋流减弱,即加强向西的赤道洋流,也不会出现洋流异常,这样大洋东部的海表温度比正常情况还要低,大洋西部的海表温度比正常情况还要高,从而出现 La Nino 事件。

以上分析可见,地球自转速率的变化,必然要造成洋流和海表温度(SST)发生变化,特

别是地球自转速率的减慢对形成 El Nino 事件和全球气候变化有重要的作用.

4 $F = 0$ 时的解析解

在方程(9)中, 取 $F = 0$ 表示先不考虑地球自转速率变化的影响, 此时方程(9)化为

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial^2 \phi'}{\partial y^2} - \frac{2}{y} \frac{\partial \phi'}{\partial y} - \frac{y^2}{L_0^4} \phi' \right) + \beta \frac{\partial \phi'}{\partial x} = 0, \quad (12)$$

其中 $L_0 \equiv (c_0/\beta_0)^{\frac{1}{2}}$, L_0 为低纬正压 Rossby 变形半径. 应用正交模方法, 令方程(12)的解为

$$\phi' = \Phi(y) e^{i(kx - \omega t)}, \quad (13)$$

其中 k 是 x 方向上的波数, ω 是圆频率. (13) 式代入方程(12)和边界条件(11)得到

$$\begin{cases} \frac{d^2 \Phi}{dy^2} - \frac{2}{y} \frac{d\Phi}{dy} - \left(\frac{y^2}{L_0^4} + \frac{\beta_0 k}{\omega} \right) \Phi = 0, \\ \Phi|_{y \rightarrow \pm \infty} = 0. \end{cases} \quad (14)$$

若令

$$\eta = \left(\frac{y}{L_0} \right)^2, \quad \Phi(y) = \eta^{1/4} W(\eta), \quad (15)$$

则问题(14)化为

$$\begin{cases} \frac{d^2 W}{d\eta^2} + \left(-\frac{1}{4} + \frac{l}{\eta} + \frac{\frac{1}{4} - \mu^2}{\eta^2} \right) W = 0, \\ W|_{\eta \rightarrow \infty} = 0, \end{cases} \quad (16)$$

其中

$$l = -\frac{k c_0}{4 \omega}, \quad \mu^2 = \frac{9}{16}. \quad (17)$$

若再令

$$W = e^{-\frac{\eta}{2}} \eta^{\mu + \frac{1}{2}} \hat{W} \quad (18)$$

则(16)化为下列 Kummer 方程(合流超几何方程)的本征值问题:

$$\begin{cases} \eta \frac{d^2 \hat{W}}{d\eta^2} + (2\mu + 1 - \eta) \frac{d\hat{W}}{d\eta} - \left(\mu + \frac{1}{2} - l \right) \hat{W} = 0, \\ \hat{W}|_{\eta \rightarrow \infty} = O(\eta^m). \end{cases} \quad (19)$$

由此求得本征值为

$$\mu + \frac{1}{2} - l = -m, \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (20)$$

相应的本征函数为 $\hat{W} = A_m S_m^{2\mu}(\eta)$, (21)

其中 A_m 为任意常数, $S_m^{2\mu}$ 为 Sonine 多项式.

取 $\mu = -3/4$, 则由 (20) 式求得频散关系为

$$\omega = \frac{kc_0}{-4m+1}, \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (22)$$

而 (21) 式化为

$$\hat{W} = A_m S_m^{-3/4}(\eta). \quad (23)$$

由 (22) 式知, 当 $m = 0$ 时化为

$$\omega = kc_0, \quad (24)$$

这显然是向东传播的大气和海洋中的 Kelvin 波. 当 $m > 0$ 时, $\omega < 0$, (22) 式表征向西传播的大气和海洋中的长 Rossby 波.

5 $F \neq 0$ 时的解析解

$F \neq 0$ 时, 表示考虑了地球自转速率的变化. 此时, 方程 (9) 通过变换

$$\eta = \left(\frac{y}{L_0} \right)^2, \quad \phi' = \eta^{1/4} W(x, \eta, t), \quad (25)$$

化为

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\partial^2 W}{\partial \eta^2} + \left(-\frac{1}{4} + \frac{\frac{1}{4} - \mu^2}{\eta^2} \right) W \right] + \frac{c_0}{4} \eta^{-1} \frac{\partial W}{\partial x} = G(\eta, t), \quad (26)$$

其中

$$G(\eta, t) \equiv \frac{L_0^2}{4} \eta^{-5/4} F(y, t) = -\frac{L_0^2}{4} \alpha_0 \beta_0 \frac{d\Omega}{dt} \eta^{-5/4} \left(a + \frac{L_0^2}{a} \eta \right). \quad (27)$$

方程 (26) 再作形如 (18) 式的变换化为

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\eta \frac{\partial^2 \hat{W}}{\partial \eta^2} + \left(-\frac{1}{2} - \eta \right) \frac{\partial \hat{W}}{\partial \eta} + \frac{1}{4} \hat{W} \right] + \frac{c_0}{4} \frac{\partial \hat{W}}{\partial x} = \hat{G}(\eta, t), \quad (28)$$

其中

$$\hat{G}(\eta, t) \equiv e^{\eta/2} \eta^{5/4} G(\eta, t) = \frac{L_0^2}{4} e^{\eta/2} F(y, t) = -\frac{L_0^2}{4} \alpha_0 \beta_0 \frac{d\Omega}{dt} \left(a + \frac{L_0^2}{a} \eta \right) e^{\eta/2}. \quad (29)$$

对于方程 (28) 可将解 \hat{W} 和非齐次项 \hat{G} 按 Sonine 多项式展开, 即设

$$\begin{cases} \hat{W} = \sum_{m=0}^{\infty} \hat{W}_m(x, t) S_m^{-3/2}(\eta), \\ \hat{G} = \sum_{m=0}^{\infty} \hat{G}_m(t) S_m^{-3/2}(\eta). \end{cases} \quad (30)$$

注意 $\mu = -3/4$, 又 $S_m^{2\mu}(\eta)$ 满足的方程和正交性关系分别为

$$\begin{cases} \eta \frac{d^2}{d\eta^2} S_m^{2\mu} + (2\mu + 1 - \eta) \frac{d}{d\eta} S_m^{2\mu} + m S_m^{2\mu} = 0, \\ \int_0^\infty \eta^{2\mu} e^{-\eta} S_m^{2\mu}(\eta) S_n^{2\mu}(\eta) d\eta = \frac{\Gamma(2\mu + 1 + n)}{n!} \delta_{mn}, \end{cases} \quad (31)$$

其中 $\Gamma(x)$ 为 Γ 函数, 且

$$\delta_{mn} = \begin{cases} 0, & m \neq n \\ 1, & m = n. \end{cases} \quad (32)$$

(30) 式代入方程 (28), 得到

$$\frac{\partial \hat{W}_m}{\partial t} + c \frac{\partial \hat{W}_m}{\partial x} = \hat{G}_m^*, \quad (33)$$

其中

$$c \equiv \frac{\omega}{k} = \frac{c_0}{-4m+1}, \quad \hat{G}_m^* = \frac{\hat{G}_m}{-m+1/4} = \frac{4c}{c_0} \hat{G}_m, \quad (34)$$

c 表示 Kelvin 波和长 Rossby 波在 x 方向的传播速度.

方程 (33) 为一阶线性非齐次偏微分方程, 它的通解求得为

$$\hat{W}_m(x, t) = \Psi(x - ct) + \int_0^t \hat{G}_m^*(\tau) d\tau \quad (35)$$

其中, $\Psi(x - ct)$ 是变量 $\xi \equiv x - ct$ 的任意函数, 它表示当地球自转速率的变化不考虑时, \hat{W}_m 以速度 c 沿 x 方向传播; $\int_0^t \hat{G}_m^*(\tau) d\tau$ 表征了地球自转速率的变化对 \hat{W}_m 的影响, 注意由 (30) 的第二式和 (31) 式有

$$\hat{G}_m = \frac{m!}{\Gamma(2\mu + m + 1)} \int_0^\infty \eta^{2\mu} e^{-\eta} \hat{G} S_m^{2\mu}(\eta) d\eta. \quad (36)$$

6 地球自转速率变化和低纬 Kelvin 波对 El Nino 现象的作用

$m = 0$ 表征低纬向东传播的 Kelvin 波, 此时方程 (33) 化为

$$\frac{\partial \hat{W}_0}{\partial t} + c_0 \frac{\partial \hat{W}_0}{\partial x} = \hat{G}_0^*, \quad (37)$$

其中

$$\hat{G}_0^* = -4\hat{G}_0 = \frac{4}{\Gamma(2\mu + 1)} \int_0^\infty \eta^{2\mu} e^{-\eta} \hat{G} d\eta, \quad (38)$$

(29) 式代入 (38) 式, 求得

$$\hat{G}_0^* = -\frac{L_0^2}{\sqrt{2}} \alpha_0 \beta_0 \frac{d\Omega}{dt} \left[a - \frac{L_0^2}{a} \right]. \quad (39)$$

设

$$\Omega = \Omega_0 + \Omega', \quad (40)$$

Ω_0 为 Ω 的平均值, 它不随时间变化, 也可视为 Ω 的初值; Ω' 为相对平均值的偏差, 这里重点考虑 Ω 的年变化. 这样, (39) 式代入 (35) 式, 得到

$$\hat{W}_0(x, t) = \Psi(x - c_0 t) - \frac{L_0^2}{\sqrt{2}} \alpha_0 \beta_0 \left[a - \frac{L_0^2}{a} \right] \Omega' . \quad (41)$$

由于 $a - \frac{L_0^2}{a} > 0$, 由(41)式看到, 当地球自转加快时, $\Omega' > 0$, 它使 $\hat{W}_0(x, t) < 0$, 相应地 $W_0 < 0, \phi'_0 < 0$, 海平面下降, 海表温度也下降; 当地球自转减慢时, $\Omega' < 0$, 它使 $\hat{W}_0(x, t) > 0$, 相应 $W_0 > 0, \phi'_0 > 0$, 海面上升, 海表温度也上升. 但低纬 Kelvin 波是向东传播的, 由式(5)的第一式看到, 地球自转减慢必然使得 u 增加, 这样在 Kelvin 波的作用下, 向东洋流的增加, 必然首先导致大洋东岸海面升高, 海表温度也升高, 从而导致 El Nino 现象的出现. 类似, 地球自转加快通常对应于 La Nino 现象.

7 结 论

本文从波动理论的观点出发, 分析了地球自转速率的变化对低纬大气和海洋运动的影响. 结果确认, 地球自转速率的变化不但会直接影响纬向风和洋流的变化, 而且通过 Kelvin 波的传播导致海平面和海温的变化, 从而导致 El Nino 现象的产生. 所以, 地球自转速率的变化是导致全球气候变化的一个重要因素.

参 考 文 献

- [1] Lambeck K. The earth's Variable Rotation. Cambridge: Cambridge University Press, 1980, 8.
- [2] 郑大伟, 罗时芳, 宋国玄. 地球自转年际变化, El Nino 事件和大气角动量. 中国科学(B), 1988, 31(3): 332—337.
- ZHENG Da-Wei, LUO Shi-Fang, SONG Guo-Xuan. Interannual variations of earth's rotation, El Nino events and atmospheric angular momentum. *Science in China (B)* (in Chinese), 1988, 31(3):332—337.
- [3] 郑大伟. 地球自转与大气、海洋活动. 天文学进展, 1988, 6(4): 316—328.
- ZHENG Da-Wei. Earth rotation and atmospheric, oceanic motions. *Progress in Astronomy* (in Chinese), 1988, 6(4):316—328.
- [4] 郑大伟, 周永宏. 地球自转变化与全球地震活动关系的研究. 地震学报, 1995, 17(1): 25—30.
- ZHENG Da-Wei, ZHOU Yong-Hong. Research on the relationship between earth's variable rotation and global seismic activity. *Acta Seismologica Sinica* (in Chinese), 1995, 17(1):25—30
- [5] ZHENG De-wei, CHEN Gang. Relation between equatorial oceanic activities and LOD changes. *Science in China (A)*, 1994, 37(3):341—347.
- [6] 郑大伟, 陈剑利, 华英敏等. 地球自转速率对海平面纬向变化的影响. 天文学报, 1996, 37(1): 97—104.
- ZHENG Da-wei, CHEN Jian-Li, HUA Ying-Min, et al. Preliminary research on the influence of earth rotation rate on latitude wards changes of sea level. *Chinese J. Astronomy* (in Chinese), 1996, 37(1):97—104.
- [7] 任振球, 张素琴. 地球自转与 El Nino 现象. 科学通报, 1985, 30(6): 444—447.
- REN Zhen-Qiu, ZHANG Su-Qin. Earth rotation and El Nino events. *Chinese Science Bulletin* (in Chinese), 1985, 30(6):444—447.
- [8] 任振球, 张素琴. 地球自转减慢与 EL Nino 现象的形成. 气象学报, 1986, 44(4):411—416.
- REN Zhen-Qiu, ZHANG Su-Qin. Deceleration of earth rotation and formation of El Nino events. *Chinese J. Meteorology* (in Chinese), 1986, 44(4):411—416.
- [9] 任振球. 全球变化——地球四大圈异常变化及其天文成因. 北京: 科学出版社, 1990.

- REN Zhen-Qiu. Global Change——Anomaly of Earth Systems with Four Parts and Its Astronomical Mechanism (in Chinese). Beijing: Science Press, 1990.
- [10] 钱维宏. 长期天气变化与地球自转速度的若干关系. 地理学报, 1988, (1): 60—66.
QIAN Wei-Hong. Some relationship between long-term weather change and earth's rotation rate. *Chinese J Geography* (in Chinese), 1988, (1): 60—66.
- [11] QIAN Weihong. The observational study and numerical experiment on the effect of the variation of the earth's rotation on the global sea surface temperature anomaly. *Chinese J. Atmos. Sci.* 1995, **19**(6): 654—662.
- [12] 钱维宏, 丑纪范. 地气角动量交换与 ENSO 循环. 中国科学(D), 1996, **26**(1): 80—86.
QIAN Wei-Hong, CHOU Ji-Fan. Atmosphere-earth angular momentum exchange and ENSO cycle. *Science in China* (D) (in Chinese), 1996, **26**(1): 80—86.
- [13] 巢纪平. 厄尔尼诺和南方涛动动力学, 北京: 气象出版社, 1993.
CHAO Ji-Ping. ENSO Dynamics (in Chinese). Beijing: Meteorology Press, 1993.
- [14] Wyrtki K. El Nino—The dynamic response of the Pacific Ocean to atmosphere forcing, *J. Phy. Oceanogr.* 1975, **5**(6): 572—584.
- [15] 刘式适. 低纬大气滤波模式研究. 热带气象, 1990, **6**(2): 106—118.
LIU Shi-Kuo. An investigation of filtered model for the tropical atmosphere. *J. Trop. Meteor.* (in Chinese), 1990, **6**(2): 106—118.

EARTH ROTATION AND EL NINO: THEORY OF WAVES

LIU SHI-KUO LIU SHI-DA FU ZUN-TAO

(Department of Geophysics, Peking University, Beijing 100871, China)

[Abstract] Considering the variation of the earth's rotation rate and applying the shallow water equations to the geophysical fluid, we studied the influences of the earth's variable rotation on the atmospheric and oceanic waves in low latitudes. It is shown that the variation of the earth's rotation rate affects directly not only the anomaly of zonal wind and current, but also the changes of sea level and surface temperature through the propagation of Kelvin wave, that can cause the El Nino events. Therefore, the variation of the earth's rotation rate is a significant factor in global climate variability.

[Key words] Earth's rotation rate, El Nino event, Kelvin wave.