冯 涛,付遵涛,毛江玉.北京地区气候变量的多分形特征研究.地球物理学报,2010,53(9):2037~2044,DOI:10.3969/j.issn. 0001-5733.2010.09.004

Feng T, Fu Z T, Mao J Y. The multi-fractal characteristics of climate variables in Beijing. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2010, **53**(9):2037~2044, DOI:10.3969/j.issn.0001-5733.2010.09.004

北京地区气候变量的多分形特征研究

冯 涛1,2,付遵涛1,2,毛江玉3

1北京大学物理学院大气科学系,北京 100871

2 北京大学湍流与复杂系统研究国家重点实验室,北京 100871

3 中国科学院大气物理研究所 LASG,北京 100029

摘 要 在气候系统的变量时间序列中往往存在着不同尺度间的自相似结构,这种自相似结构,又称为分形的特征.本文运用多分形去趋势波动分析方法(MF-DFA),分析北京市近 50 年来不同气象变量的逐日序列,并用一个扩展的二项式串级模式来分别估计其多分形谱.结果表明,平均气温等变量表现出多重分形的特征,并且多分形谱宽一致.而气温日较差和日照时数则表现出单分形的特征.且这种分形特征与长程记忆性相关,为中长期气候预测提供了理论基础.

关键词 多分形,标度指数,多分形去趋势波动分析

DOI:10.3969/j.issn.0001-5733.2010.09.004

中图分类号 P467

收稿日期 2009-08-13,2010-06-22 收修定稿

The multi-fractal characteristics of climate variables in Beijing

FENG Tao^{1,2}, FU Zun-Tao^{1,2}, MAO Jiang-Yu³

1 School of Physics, Peking University, Beijing 100871, China

2 State Key Laboratory for Turbulence and Complex Systems, Peking University, Beijing 100871, China

3 LASG, Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029, China

Abstract Variables of climate system often exhibit self-similar behavior over different time scales in time series, which is also known as fractal characteristics. Multi-fractal behaviors of the long daily climate variable records in Beijing were analyzed by using multi-fractal detrended fluctuation analysis (MF-DFA). The result indicated that most climate variables exhibit multi-fractal characteristics, but sunshine duration and diurnal temperature range show mono-fractal behaviors in Beijing. We fitted generalized Hurst exponent via a modified generalized binomial multiplicative cascade model and different widths of multi-fractal spectrum are estimated.

Keywords Multi-fractal, Scaling exponent, MF-DFA

1 引 言

气候系统是一个复杂的非线性耗散系统. 气候 变量的时间序列是不同时间尺度的内部震荡及外部 强迫因子叠加而成的结果,所含的时间尺度跨越几 个量级.因此气候过程可视为多元随机过程,具有非周期、非线性的特点.但同时,气候变量的时间序列 也存在相似性和确定性的特征.应用混沌和分形的 方法定量地分析气候变量的非线性演化过程,揭示 了大气的变化呈现不同时间尺度间自相似的分形结 构^[1~3].简而言之,大尺度上是高低值的震荡,而每

基金项目 国家自然科学基金项目(40775040)和中国科学院知识创新工程领域前沿项目(IAP09301)资助.

作者简介 冯 涛,男,1984年生,博士,主要从事非线性动力学和气候变化研究. E-mail:taofeng@pku.edu.cn

个峰值和谷值区间,又可以分为更小尺度的高低值 震荡.

分形理论解释了复杂气候系统中有序与无序的 统一,以及确定性与随机性的统一.除相似性之外, 分形结构的另一个重要特征是气候系统具有无特征 尺度性,同时对应的分形结构具有标度不变性,存在 自相似的标度律.标度理论的发展给分形集一个定 量的描述途径^[4,5].

通过分形维数,可以定量地描述气候系统变量 的自相似结构特征.但研究发现,应用单一的分形 维,如容量维或者信息维,可能无法全面描述非均匀 的多分形结构^[5].多重分形(Multi-fractals),又称为 多标度分形,或称为多重分形测度(Multi-fractal Measure),已经在大气科学领域广泛发现并研究^[6~9], 用以刻画气候系统的非均匀和各向异性特征.

分析多分维结构,主要有两种方法.其一是采用 广义分维(Generalized dimension)^[6~8],另一种是采 用多分形谱(奇异谱 Spectrum of Singularities)^[9] 的方法来描述多分形现象.传统的估计多分形谱的 方法难以克服非平稳的影响,在本文中,应用去趋势 波动分析(Detrended Fluctuation Analysis,简称 DFA)的一种扩展方法,多分形去趋势波动分析方 法(Multi-fractal Detrended Fluctuation Analysis, 简称 MF-DFA)分析北京市不同气候变量的时间序 列,分析其多分形特征,并得出各自的多分形谱.

DFA 方法最早由 Peng 等^[10]在研究 DNA 序列 的分子链结构的幂函数相关特性时提出,可以有效 地去除各阶趋势项,消除其中的虚假相关,得到非平 稳时间序列中真实的长程相关性.目前 DFA 方法 已经广泛地应用于气象及地球物理领域中^[11~16]. Kantelhardt 等^[17]在 2002 年基于 DFA 方法,与标 准配分函数基础上的多分形公式体系相联系,发展 了多分形去趋势波动分析方法,用以探测非平稳时 间序列中的多分形特征.MF-DFA 方法在很多领域 都有着广泛的应用^[18~21].

2 研究方法

在本文中,去掉原始序列的季节循环之后,考虑 一个给定的等间距逐日时间序列(*i*=1, 2, …, *N*), MF-DFA 方法的计算步骤^[17]如下:

第1步,计算距平的累加值,得到一个新的廓线 序列:

$$Y(i) = \sum_{k=1}^{i} (x_k - \overline{x}),$$
 (1)

x 表示原始序列的平均值. 廓线序列保留原始序列 变量特性的同时,降低了噪声的水平.

第2步,在应用波动分析前,将廓线序列Y(i) 等分为大小为 s 的两组互不重叠的等时间段 N_s = N/s,一组顺序操作,一组逆序操作,以保证在 N 不 能被 s 整除的情况下所有的数据信息都能够得以 利用.

第3步,在每个时间段v内,应用不同阶的多项 式拟合 p^{*}。来去掉局部的趋势,多项式拟合的阶数即 对应 DFA 方法的阶数(k=i, DFA(i)). 然后得到 的是去掉趋势的时间序列:

$$Y_{s}(i) = Y(i) - P_{v}^{k}$$
. (2)

第4步,计算每个时间区间内去趋势序列的二次方波动,即Y_s(*i*)序列的方差:

$$F^{2}(s,v) = \langle Y_{s}^{2}(i) \rangle = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^{s} Y_{s}^{2} [(v-1)+i].$$
(3)

第5步,不同时间段的均方根偏差给出了 q 阶 DFA 波动函数:

$$F_{q}(s) = \left[\frac{1}{2N_{s}} \sum_{v=1}^{2N_{s}} F^{2}(s,v)^{q/2}\right]^{1/q}.$$
 (4)

第6步,对不同的时间段长度s重复上述计算.

第7步,在s和 $F_q(s)$ 的双对数坐标图上,如果 原序列 x_i 是长程幂律相关的,则 $F_q(s)$ 与s成幂律 关系,即 $F_q(s)-s^{h(q)}$,h(q)描述了q阶波动函数的标 度行为.

h(q)也称为标度指数,反映了不同时间尺度上的自相似分形行为.当q>0的情况下,如公式(4)所示,h(q)突出的是大振幅脉动的标度行为,而在q<0的情况下,反映的则是小振幅脉动的标度行为.对于平稳时间序列而言,h(2)就是广泛应用的Hurst指数,因此我们称h(q)为广义的Hurst指数(generalized Hurst exponent).对于单分形的时间序列,所有时间尺度上都用一个标度指数来表征,h(q)独立于q的变化;而对于多分形的时间序列,h(q)则随着q的变化而变化.一般情况下,表征大振幅脉动的h(q)值要小于表征小振幅脉动的h(q)值.

计算多分形奇异谱 *f*(*a*)是描述多分形时间序列的一种传统的定量方法^[22].它是通过各自的奇异性标度指数 *α*(singular exponent,也称为 Holder 指数^[22,23])来描述的. Holder 指数的大小反映时间序列中某一点上的奇异性的强度:Holder 指数越大,表示序列越平滑和规则,奇异性的强度则越大.而所有来,Holder 指数越小,奇异性的强度则越大.而所有

奇异指数的变化程度就体现了多分形时间序列波动的复杂程度. $\alpha \neq q$ 的函数,也可以写为 $\alpha(q)$,再根据质量指数谱 $\tau(q) = h(q)$ 之间的关系,多分形奇异谱 $f(\alpha)$ 与广义 Hurst 指数h(q)之间可以通过 Legendre 变换联系在一起^[17, 24]:

$$\tau(q) = qh(q) - 1, \tag{5}$$

$$\alpha = h(q) + q \, \frac{\mathrm{d}h(q)}{\mathrm{d}q},\tag{6}$$

$$f(\alpha) = q[\alpha - h(q)] + 1.$$
(7)

因此通过计算广义 Hurst 指数,我们就可以估 计多分形时间序列的奇异谱,后者反映了时间序列 中奇异性(如极值事件,及突变等奇异行为)的含量.

3 数据说明

本文所用的数据来自于中国气象局信息中心发 布的中国地面气候资料日值数据集.选用了北京站 (站号 54511)9种常规数据,包括平均气温(TMEAN)、 最高气温(TMAX)、最低气温(TMIN)、平均气压 (PMEAN)、最高气压(PMAX)、最低气压(PMIN)、 相对湿度(R-H)、平均风速(WMEAN)和日照时数 (SUN);以及由最高气温和最低气温计算得到的气 温日较差(DTR)数据.选取的资料长度为 1956 年 至 2005 年,共 50 年数据.

4 结果及讨论

图1给出了日平均气温和气温日较差去掉年循 环后截取的同时间段距平序列,如图所示,去掉年循 环后,平均气温的距平序列仍然包含多尺度的振荡 特征,存在不同尺度间的层次结构,这种非规则的动 力特性反映了不同尺度的振荡间可能存在不同的标 度行为.而气温日较差的序列则基本只包含高频的 振荡,表现为序列值的剧烈变化及快速涨落.

图 2 显示的是平均气温和气温日较差分别取不同阶数 q(q=-6,-5,-4,-3,-2,-1,1,2,3,4,5,6)值时的 $\lg(F_q(s))$ 和 $\lg s$ 函数关系图,标度区域 取10~1000天,(a,b)为平均气温(TMEAN)的情



Fig. 1 Time series of anomaly daily mean temperature record (a) and diurnal temperature range (b) for the station Beijing



图 2 不同阶数 q(q=-6,-5,-4,-3,-2,-1,1,2,3,4,5,6)值时的 $\lg(F_q(s))$ 和 lgs 函数关系图 由下至上对应阶数 q=-6 到 q=+6. (a)平均气温;(c)气温日较差.不同阶数的序列在垂直方向作一定的移动以保证清楚可视. (b)和(d)分别是平均气温和气温日较差,对应-6 阶到+6 阶最小二乘法拟合的结果. Fig. 2 Log-Log plots of the MF-DFA curves of daily mean temperature (a) and diurnal temperature range (c) for the station Beijing

From the top to the bottom curves correspond to different q (from q = -6 to q = +6) and are shifted vertically for clarity. Corresponding least square fit results for TMEAN and DTR are shown in (b) and (d).

况;(c,d)为气温日较差(DTR)的情况. 当阶数 q 固定时,在双对数图中分析波动函数 $F_q(s)$ 与窗口 s 的关系,可以看到 $lg(F_q(s))$ 和 lgs之间存在显著的线性拟合关系,即 $F_q(s)$ 与 s 存在幂律关系 $F_q(s)$ - $s^{h(q)}$,h(q)描述了 q 阶波动函数的标度行为,说明对于不同时间尺度的气候振荡,平均气温序列和气温日较差序列都是长程幂律相关的.

但平均气温序列与气温日较差序列的标度行为 存在显著的差异,图 2a 中平均气温序列对不同阶数 q,由负的 q 值到正的 q 值,广义 Hurst 指数 h(q)的 值越来越小,显示大振幅振荡的标度指数值要小于 小振幅振荡的标度指数值.而图 2c 中气温日较差序 列的 h(q)随着阶数 q 值的变化,则基本不发生变 化,近似为一个常数.从对应的线性拟合图 2b 中可 以清楚地看到斜率,也即指数 h(q)的值随阶数 q 值 的变化,这种广义 Hurst 指数对阶数值的依赖性, 清楚地表明平均气温的序列具有多重分形结构.而 气温日较差序列对应不同阶数,拟合的斜率基本不 变,表现出单分形的特征.

图 3 中给出了北京地区不同气候变量序列取不 同阶数 q(q=-6,-5,-4,-3,-2,-1,1,2,3,4,5,6)值时最小二乘法拟合 $F_q(s)$ 与 s 函数关系的广 义 Hurst 指数 h(q)值.结果表明平均气温(TMEAN)、 最高气温(TMAX)、最低气温(TMIN)、平均气压 (PMEAN)、最高气压(PMAX)、最低气压(PMIN)、 相对湿度(R-H)和平均风速(WMEAN)呈现多分形 的特征.而气温日较差(DTR)和日照时数(SUN)序 列则呈现单分形的特征.这说明它们之间所受制约 的物理机制可能并不同.日照时数的单分形特征,说 明温压湿风等常规气象场的奇异性,并不是由于辐 射的直接强迫作用,而是可能来源于背景环流场 的变化,锋面气旋系统带来的非对称及突变性是可





Fig. 3 h(q) versus q plots for different climate variables

Open black squares: estimated from MF-DFA results like in Fig. 2; solid black circles: obtained by fits of the two-parameter binomial model. (a) Daily mean temperature (TMEAN); (b) Diurnal temperature range (DTR); (c) Daily mean pressure (PMEAN);(d) Relative Humidity (R-H); (e) Daily mean wind speed (WMEAN); (f) Sunshine duration (SUN).

能的原因^[2,25].而气温日较差的单分形特征,也说明 了环流场中这种奇异性在最高气温和最低气温中具 有位相的一致性.

通常广义 Hurst 指数可以用如下公式来估计:

$$h(q) = \frac{1}{q} - \frac{\ln(a^q + b^q)}{q \ln 2},$$
 (8)

这里引入一个扩展的二项式串级模式^[22],该方法是 描述多分形标度行为的规范方法之一,细节内容见 文献[17].最后,*f*=0时多分形奇异谱 *f*(*a*)的谱宽 可以由下式给出:

$$\Delta \alpha = \alpha(-\infty) - \alpha(\infty) = \frac{\ln b - \ln a}{\ln 2}.$$
 (9)

由公式(8)结合前面公式(6)和公式(7),得 $\alpha_{max} = \alpha(-\infty) = \frac{1}{\alpha} - \frac{\ln \alpha}{\ln 2}$,对应最弱的奇异性,而 $\alpha_{min} =$

 $\alpha(\infty) = \frac{1}{q} - \frac{\ln b}{\ln 2},$ 对应最强的奇异性, 谱的宽度如

公式(9)所示.

图 3 中也给出了取不同阶数 q(q=-6,-5,-4,-3,-2,-1,1,2,3,4,5,6)值时二项式串级模 式估计得出的广义 Hurst 指数 h(q)值,对比拟合的 h(q)可以看出这个扩展的二项式串级模式可以很好 地估计 h(q)值与 q 值之间的关系.由公式(6)(7) (8)得出拟合参数 a 和b 的值,就可以代入公式(9) 中用二项式串级模式来估计时间序列多分形谱的谱 宽.图 4 中给出了北京地区各种气候变量用扩展二 项式串级模式拟合的 h(q)值与 q 值关系图.呈现多 分形特征的平均气温(TMEAN)、最高气温(TMAX)、 最低气温(TMIN)、平均气压(PMEAN)、相对湿度 (R-H)和平均风速(WMEAN)均对应较宽的多分形



图 4 广义 Hurst 指数与阶数 q 的对应关系

(a)平均气温、最高气温、最低气温;(b)气温日较差;(c)平均气压、相对湿度及平均风速;(d)日照时数.
 Fig. 4 Generalized Hurst exponent h(q), as a function of q for different climate variables
 (a) Daily mean temperature (TMEAN), daily maximum temperature (TMAX), and daily minimum temperature (TMIN);

(b) Diurnal temperature range (DTR); (c) Daily mean pressure (PMEAN), Relative Humidity (R-H), and daily mean

wind speed (WMEAN); (d) Sunshine duration (SUN).

谱,并且多分形谱宽的值在量级上比较接近.近似相 近的值也说明,温压湿风场中表现出的奇异性特征, 源于同一背景环流场的作用.呈现单分形特征的气 温日较差(DTR)和日照时数(SUN)则对应较窄的 多分形谱.参数 a、b 及多分形谱宽 Δα 的具体值在表 1 中给出.

一般来说,时间序列中观测到的多分形标度行 为主要是由两个原因造成的.其一是由于较宽的概 率密度函数分布造成的,其二是由于大振幅脉动与 小振幅脉动间不同的长程幂律相关特性造成的.通 过分析随机洗牌的代用数据,我们可以很好地区分 以上两种原因造成的多分形标度行为,这是由于随 机洗牌后,原始序列的长程相关性质会被破坏掉,而 原有的概率密度函数分布则得以保留.如果多分形 标度行为是由长程相关性带来的,则随机洗牌后,所 有拟合的 h(q)值都将变成 h(q)=0.5.如果两种原 因皆存在,随机洗牌后的拟合的 h(q)值比原值偏 小.如图 5 所示,平均气温和气温日较差序列经随机

表 1 不同气候变量基于二次多项式串级模式拟合的参数 a,b 及多分形谱宽 $\Delta \alpha$ 的具体值 Table 1 Specific value of a,b and the width of the multi-fractal spectrum $\Delta \alpha$, by fits of the two-parameter binomial model

	1	,			1 J			•			
	TMEAN	TMAX	TMIN	DTR	PMEAN	PMAX	PMIN	R-H	WMEAN	SUN	
а	0.512	0.516	0.517	0.623	0.586	0.575	0.568	0.521	0.519	0.626	
b	0.722	0.724	0.712	0.66	0.773	0.802	0.796	0.706	0.734	0.689	
$\Delta \alpha$	0.496	0.489	0.462	0.083	0.399	0.480	0.487	0.438	0.500	0.138	



图 5 随机洗牌后的 lg(F_q(s))和 lgs 函数关系图 (a)平均气温;(b)气温日较差.不同阶数的序列在垂直方向作一定的移动以保证清楚可视. Fig. 5 Log-Log plots of the MF-DFA curves for the shuffled data of daily mean temperature (TMEAN) (a), diurnal temperature range (DTR) (b)

From the top to the bottom curves correspond to different q (from q = -6 to q = +6) and are shifted vertically for clarity.

洗牌后,拟合的 h(q)值都变成 0.5,对应白噪声(其 他变量的结果也与它们一致),这说明,北京地区气 候变量序列的多分形标度行为,是由内在的长程相 关性引起的,而这种长程幂律相关的性质,被认为是 气候可预报性的重要依据.

5 结 论

本文通过多分形去趋势波动分析方法,和引入 一个扩展的二项式串级模式,定量地分析了北京地 区不同气候变量的多分形结构特征.使得用两个参 数 a、b 就可以定量估计多分形谱宽 Δα 的具体值,从 而很好地描述多分形结构特征.得到如下结论:

(1)多分形标度行为,在除气温日较差、日照时 数以外的气候变量中广泛存在,对应地,代表序列中 奇异性含量的多分形谱,表现出较宽的分布.而气温 日较差和日照时数则表现为单分形的特征,对应地, 多分形谱为窄的分布.日照时数的单分形特征,说明 温压湿风等常规气象场的奇异性,并不是由于辐射 的直接强迫,而是源于环流场的变化,锋面气旋系统 带来的非对称及突变性是可能的原因^[2,25].而气温 日较差的单分形特征,也说明了环流场中这种奇异 性在最高气温和最低气温中具有位相的一致性.

(2)通过引入一个扩展的二项式串级模式,可以 很好地模拟不同气候变量的多分形标度行为.同时, 通过引入这个模式,可以定量地计算描述多分形行 为的奇异谱.结果表明,具有多分形特征的变量序列 对应较宽的奇异谱,而具有单分形特征的变量序列 对应较窄的奇异谱.

(3)通过对原始序列洗牌,揭示了所分析气候变 量的多分形行为,是由大振幅脉动与小振幅脉动间 不同的长程相关性引起的,因此定量地描述多分形 标度行为,为气候可预报性建立了理论基础.

参考文献(References)

- [1] Dmowska R, Saltzman B. Advance in Geophysics: Longrange Persistence in Geophysical Time Series. San Diego, London, Boston, New York, Sydney, Tokyo, Toronto: Academic Press, 1999. 14~16
- [2] Feng T, Fu Z T, Deng X, et al. A brief description to different multi-fractal behavior of daily wind speed records over China. *Physics Letters A*, 2009, 373: 4134~4141
- [3] 时少英,刘式达,付遵涛等.天气和气候的时间序列特征分析.地球物理学报,2005,48(2):259~264
 Shi S Y, Liu S D, Fu Z T, et al. The characteristic analysis of weather and climate time series. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2005,48(2):259~264
- [4] 荣平平,刘式达.不同时间尺度下气候变化基本特征的探索.气候与环境研究,1997,2(1):77~82
 Rong P P, Liu S D. An investigation of basic characteristics of climate change on different time scales. *Climatic and Environmental Research* (in Chinese), 1997, 2(1): 77~82
- [5] 刘式达. 地球系统模拟和混沌时间序列. 地球物理学报, 1990, 33(2):144~153
 Liu S D. Earth system modeling and chaotic time series. *Chinese J. Geophys.* (*Acta Geophysica Sinica*) (in Chinese), 1990, 33(2):144~153
- [6] 陈 辉,郭世昌.昆明地区气候变化的多分形特征.气候与

环境研究, 1997, 2(4): 361~368

Chen H, Guo S C. The multifractal characteristics of climate change at Kunming. *Climatic and Environmental Research* (in Chinese), 1997, **2**(4): 361~368

[7] 郭世昌,常有礼,陈 辉等.中国云南地区气候变化的多分 维分析.云南大学学报(自然科学版),2004,26(4):325~ 330

Guo S C, Chang Y L, Chen H, et al. The multifractal characteristics of climate change in Yunnan, China. *Journal of Yunnan University* (in Chinese), 2004, 26(4): $325 \sim 330$

- [8] 严绍瑾,彭永清,张运刚.一维气温时间序列的多重分形研究.热带气象学报,1996,12(3):207~211
 Yan S J, Peng Y Q, Zhang Y G. Study on multifractal of 1-D temperature time series. *Journal of Tropical Meteorology* (in Chinese), 1996, 12(3): 207~211
- [9] 江田汉,邓莲堂.全球气温变化的多分形谱.热带气象学报, 2004, 20(6):673~678
 Jiang T H, Deng L T. Multifractal spectra of global temperature. Journal of Tropical Meteorology (in Chinese), 2004, 20(6):673~678
- Peng C K, Buldyrev S V, Havlin S, et al. Mosaic organization of DNA nucleotides. *Phys. Rev. E*, 1994, 49 (2):1685~1689
- [11] Kurnaz M L. Application of detrended fluctuation analysis to monthly average of the maximum daily temperatures to resolve different climates. *Fractals*, 2004, **12**: 365~373
- [12] Chen X, Lin G X, Fu Z T. Long-range correlations in daily relative humidity fluctuations: a new indexes to characterize the climate regions over China. *Geophysical Research Letters*, 2007, 34: L07804
- [13] Lin G X, Chen X, Fu Z T. Temporal-spatial diversities of long-range correlation for relative humidity over China. *Physica A*, 2007, 383: 585~594
- [14] Govindan R B, Kantz H. Long-term correlations and multifractality in surface wind speed. Europhys. Lett., 2004, 68:184~190
- [15] Kavasseri R G, Nagarajan R. Evidence of crossover

phenomena in wind-speed data. IEEE Transaction on Circuits and Systems I, 2004, **51**:2255~2262

- [16] Ivanova K, Ausloos M. Application of the detrended fluctuation analysis (DFA) method for describing cloud breaking. *Physica A*, 1999, **274**: 349~354
- [17] Kantelhardt J W, Zschiegner S A, Koscielny-Bunde E, et al. Multi-fractal detrended fluctuation analysis of nonstationary time series. *Physica A*, 2002,316: 87~114
- [18] Kantelhardt J W, Rybski D, Zschiegner S A, et al. Multifractality of river runoff and precipitation: comparison of fluctuation analysis and wavelet methods. *Physica A*, 2003, 330:240~245
- [19] Vitanov N K, Yankulova E D. Multi-fractal analysis of the long-range correlations in the cardiac dynamics of Drosophila melanogaster. *Chaos Solitons Fractals*, 2006, 28: 768~775
- [20] Telesca L, Lapenna V, Macchiato M. Multi-fractal fluctuations in seismic interspike series. *Physica A*, 2005, 354:629~640
- [21] Matia K, Ashkenazy Y, Stanley H E. Multi-fractal properties of price fluctuations of stocks and commodities. *Europhys. Lett.*, 2003.61: 422~428
- [22] 苟学强,张义军,董万胜等. 基于小波的地闪首次回击辐射场的多重分形分析. 地球物理学报, 2007, 50(1):101~105 Gou X Q, Zhang Y J, Dong W S, et al. Wavelet-based multifractal analysis of the radiation field of first return stroke in cloud-to-ground discharge. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2007, 50(1):101~105
- [23] 李春峰, Christopher Liner. 基于小波多尺度分析的奇性指数:一种新地震属性. 地球物理学报,2005,48(4):882~888
 Li C F, Christopher Liner. Singularity exponent from wavelet-based multiscale analysis: a new seismic attribute. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2005,48(4):882~888
- [24] Feder J. Fractals. New York: Plenum Press, 1988
- [25] Ashkenazy Y, Feliks Y, Gildor H, et al. Asymmetry of daily temperature records. J. Atmos. Sci., 2008, 65: 3327 ~ 3336

(本文编辑 何 燕)