

$$E = \sum_s \bar{N}_s h \nu_s = \sum_s Z_s \frac{h \nu_s}{e^{h \nu_s / kT} - 1} = \sum_s \frac{8 \pi \nu_s^2}{c^3} V \frac{h \nu_s}{e^{h \nu_s / kT} - 1},$$

于是,能量密度为

$$\rho = \sum_s \rho_s = \sum_s \frac{8 \pi \nu_s^2}{c^3} \frac{h \nu_s}{e^{h \nu_s / kT} - 1}.$$

而辐射本领与能量密度关系为

$$E(\nu_s, T) = \frac{c}{4} \rho_s = \frac{2 \pi \nu_s^2}{c^2} \frac{h \nu_s}{e^{h \nu_s / kT} - 1}.$$

此即 Planck 的辐射本领公式的 Einstein 推导.

习 题

1.1 两个光子在一定条件下可以转化为正、负电子对. 如果两光子的能量相等,问要实现这种转化,光子的波长最大是多少?

1.2 求在势阱

$$V(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x < a, \\ \infty, & x < 0, x > a \end{cases}$$

中运动的粒子的能谱.

1.3 求在势场

$$V(x) = \begin{cases} -\frac{e^2}{4 \pi \epsilon_0 x}, & x > 0, \\ \infty, & x < 0 \end{cases}$$

中运动的电子的能谱.

1.4 计算下列情况的德布罗意波长,指出哪种过程要用量子力学处理:

- (1) 能量为 0.025 eV 的慢中子 ($m_n = 1.67 \times 10^{-24}$ g), 被铀吸收;
- (2) 能量为 5 MeV 的 α 粒子穿过原子 ($m_\alpha = 6.64 \times 10^{-24}$ g);
- (3) 飞行速度为 100 m/s、质量为 40 g 的子弹运动.

1.5 利用德布罗意关系及圆形轨道为各波长的整数倍,给出氢原子能量可能值.

1.6 利用中子衍射(衍射公式为 $n\lambda = 2d \sin\theta$)可测量晶体的结构.

- (1) 估计中子的速度(若衍射原子平面间的距离 $d = 0.2 \times 10^{-9}$ m, $m_n = 1.675 \times 10^{-27}$ kg);
- (2) 估计相应的中子动能和相应的温度.

1.7 利用电子散射能获得最精确的原子核半径,试估计要提供这一结果的电子的动量应多大(原子核的大小 ≈ 3 fm)? 其相应的能量又是多大? 这时 $E\lambda = ?$