粒子物理

23. 标准模型简介

曹庆宏
北京大学物理学院

千年之问：

“世界基本组成成分为何？”

和

“它们如何相互作用？”

基本粒子物理

或

高能物理

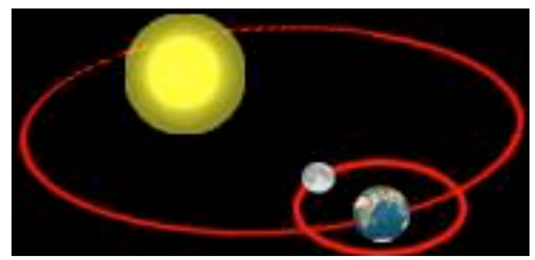
研究自然界的

基本相互作用（力）

自然界中四种力

1　重力

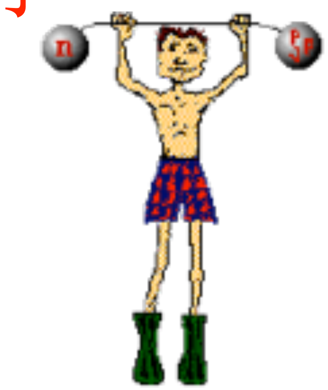
牛顿



2　电磁

法拉第

3　弱相互作用



Beta 衰变
Muon 衰变

时间尺度: $10^{-12} \sim 10^{3}$ 秒

4　强相互作用

将核子仅仅结合起来
粒子对撞

时间尺度: 10^{-23} 秒

轻子

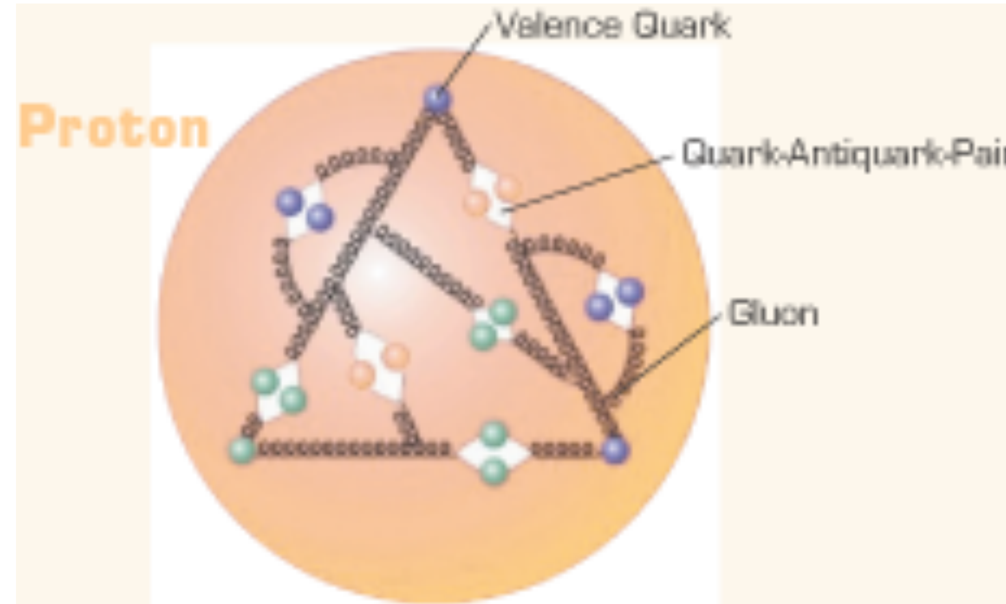
- 不参与强相互作用
- 整数或零电荷
- 味:

e^-	"电子"	(1897)	在原子中
μ^-	"Muon" (206 m_e)	(1937)	在宇宙射线中首次观测到
τ^-	"Tau" (17 m_μ)	(1975)	在SLAC观测到 (Stanford Linear Accelerator Center)
ν_e	"electron 中微子"	(1956)	

泡利以之解释Beta衰变中能动量不守恒 (1930)

ν_μ	"Muon 中微子"	(1962)
ν_τ	"Tau 中微子"	(2000)

夸克



- 参与强相互作用
- 带分数电荷

$$Q = \begin{Bmatrix} 2/3 \\ -1/3 \end{Bmatrix} \times \text{Proton charge}$$

- 质子和中子的组成成分

(udd) (uud)

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$$ “up” “down”

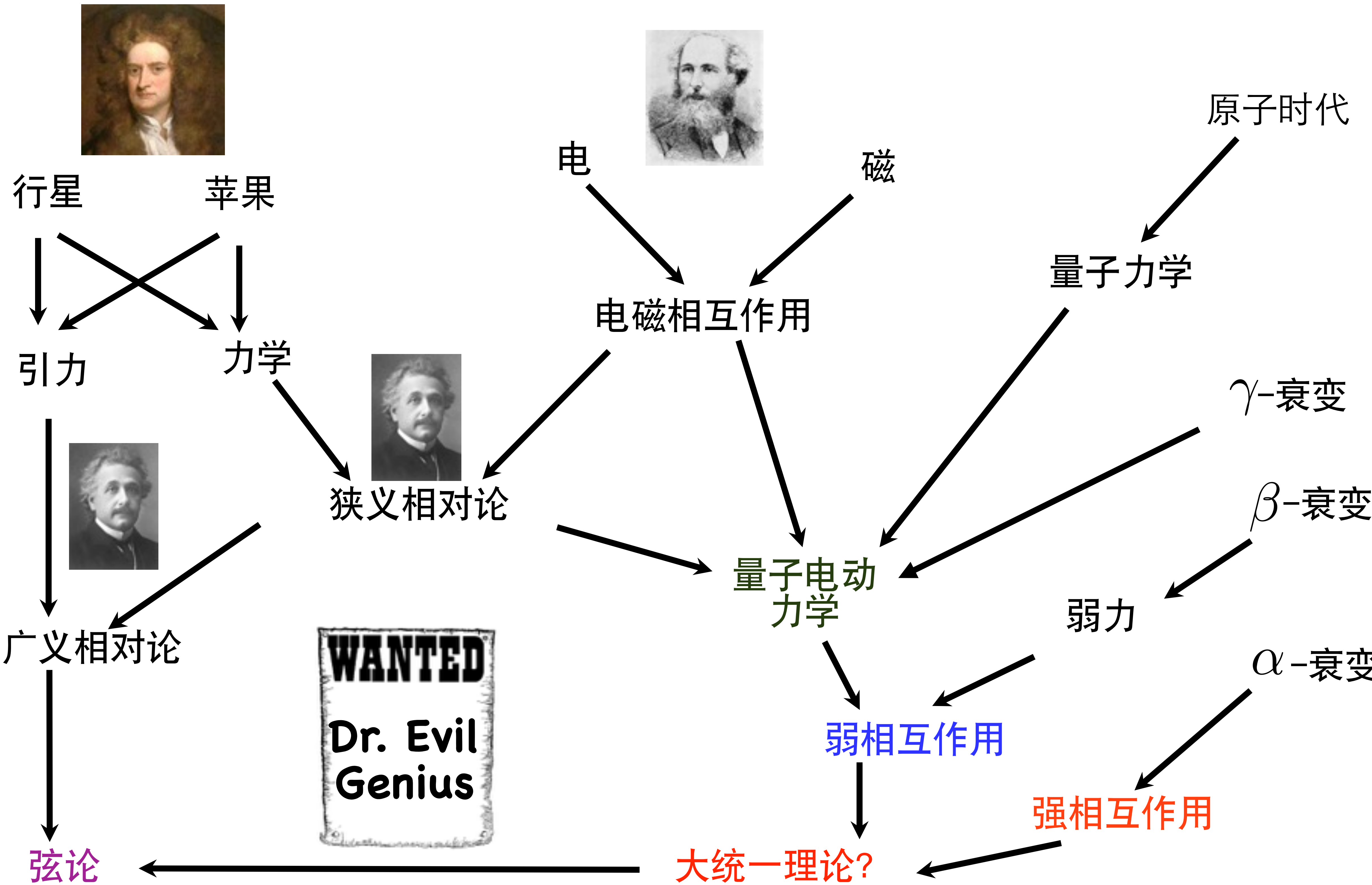
- 第一次实验证据:

Stanford Linear Accelerator Center
(Giant Electron Microscope)

- 味:

u	“up”		
d	“down”		
s	“strange”		
c	“charmed”	(1974)	
b	“bottom”	(1977)	“Beauty”
t	“top”	1995 @ Fermilab (Tevatron)	“Truth”

统一之路



行星
苹果
引力
力学
电
磁
电磁相互作用
原子时代
量子力学
狭义相对论
γ-衰变
β-衰变
量子电动力学
弱力
广义相对论
WANTED
Dr. Evil Genius
α-衰变
弱相互作用
强相互作用
弦论
大统一理论?

如何实现统一：对称性

1）不可观测

无法观测的物理量

绝对位置 $\vec{p}$

绝对时间 E

绝对方位 $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$

绝对左右 P

绝对未来 T

绝对电荷 C

2）无法区分

一个物体变换为另一个物体

整体对称性：同位旋

时空对称性

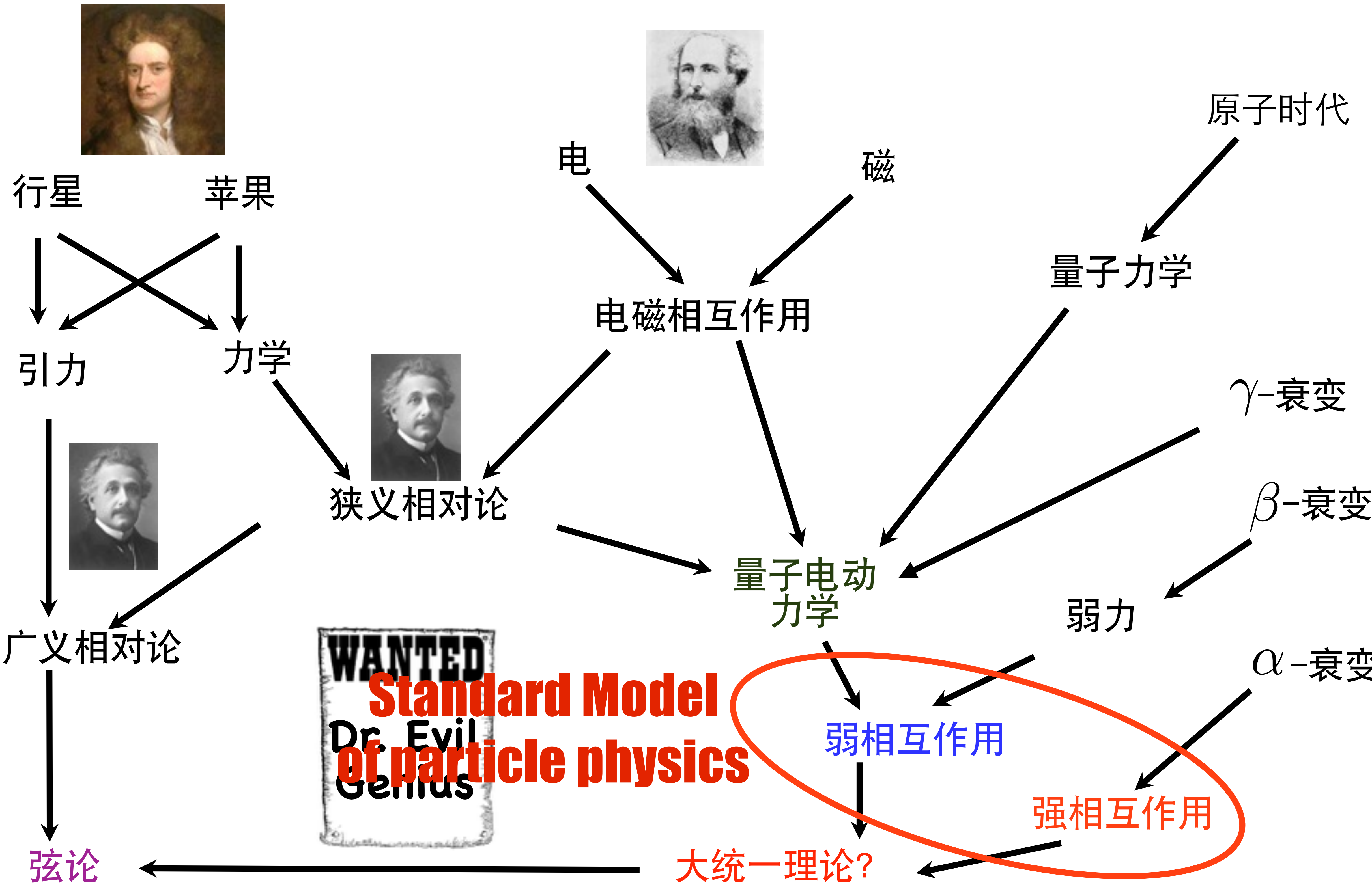
⟶ 等价性

⟶ 完美但却无聊的世界

在微观世界中，

等价的相互作用，力的载体为无质量的粒子

统一之路和对称性破缺



行星
苹果
引力
力学
电
磁
电磁相互作用
原子时代
量子力学
狭义相对论
γ-衰变
β-衰变
量子电动力学
弱力
广义相对论
α-衰变
WANTED
Dr. Evil
Genius
Standard Model
of particle physics
弱相互作用
强相互作用
弦论
大统一理论?

粒子物理的标准模型

规范对称性

$$\underbrace{SU(3)_{\text{Color}}}_{\text{QCD}} \otimes \underbrace{SU(2)_{\text{Left}} \otimes U(1)_{\text{Hyper charge}}}_{\text{WEAK} \oplus \text{QED}}$$

(Strong Interaction)

(Unification of Weak and Electromagnetic)

对称性自发破缺
（希格斯机制）

$$U(1)_{\text{E.M.}}$$

量子电动力学
（电磁相互作用）

粒子物理的标准模型

❖ 物质场:

- 费米子 (自旋1/2)

轻子

(无强相互作用)

$$\begin{pmatrix}\nu_e \\ e^-\end{pmatrix}_L \qquad \begin{pmatrix}\nu_\mu \\ \mu^-\end{pmatrix}_L \qquad \begin{pmatrix}\nu_\tau \\ \tau^-\end{pmatrix}_L$$

$$e_R^- \qquad \mu_R^- \qquad \tau_R^-$$

夸克

(q)

$$\begin{pmatrix}u \\ d\end{pmatrix}_L \begin{pmatrix}u \\ d\end{pmatrix}_L \begin{pmatrix}u \\ d\end{pmatrix}_L \qquad \begin{pmatrix}c \\ s\end{pmatrix}_L \begin{pmatrix}c \\ s\end{pmatrix}_L \begin{pmatrix}c \\ s\end{pmatrix}_L \qquad \begin{pmatrix}t \\ b\end{pmatrix}_L \begin{pmatrix}t \\ b\end{pmatrix}_L \begin{pmatrix}t \\ b\end{pmatrix}_L$$

$$u_R \; u_R \; u_R \qquad c_R \; c_R \; c_R \qquad t_R \; t_R \; t_R$$

$$\underbrace{d_R \; d_R \; d_R \qquad s_R \; s_R \; s_R \qquad b_R \; b_R \; b_R}_{3代}$$

- 标量场 (自旋为0)

希格斯波色子: 唯一知道不同代的粒子间不同之处的粒子

(希格斯机制 —— 对称性自发破缺)

(2012年7月24日在CERN发现)

粒子物理的标准模型

❖ 相互作用（通过交换自旋为1的规范玻色子）

1) 电磁相互作用 (QED)

光子　　　(无质量)

2) 强相互作用 (QCD)

胶子　　　(无质量)　　　(1979)

3) 弱相互作用

$W^{\pm}$ 和 Z 规范玻色子　　　(1983)

有质量　$M_W = 80.4\ \mathrm{GeV}$　$M_Z = 91.187\ \mathrm{GeV}$　$1\ \mathrm{GeV} = 10^9\ \mathrm{eV}$

标准模型中，规范玻色子（$W^{\pm}$ 或 Z）的质量起源于希格斯机制

⇒ 探测戈德斯通玻色子的相互作用

⇒ 探测纵向极化的W波色子的相互作用

标准模型是如何做理论预言的?

◆ 量子力学

薛定谔方程:

$$i\frac{\partial\Psi}{\partial t}=H\Psi$$

1. 找出描述系统的哈密顿量 H

2. 将H代入薛定谔方程

3. 做理论就算

◆ 相对论性量子场论

标准模型给出描述相互作用的拉格朗日量$\mathcal{L}$

$\mathcal{L}$

⇓

费曼规则

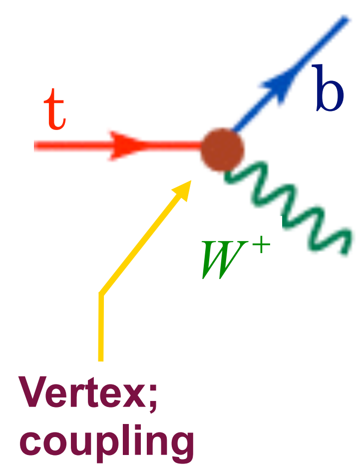
费曼图

⇓

S-矩阵元

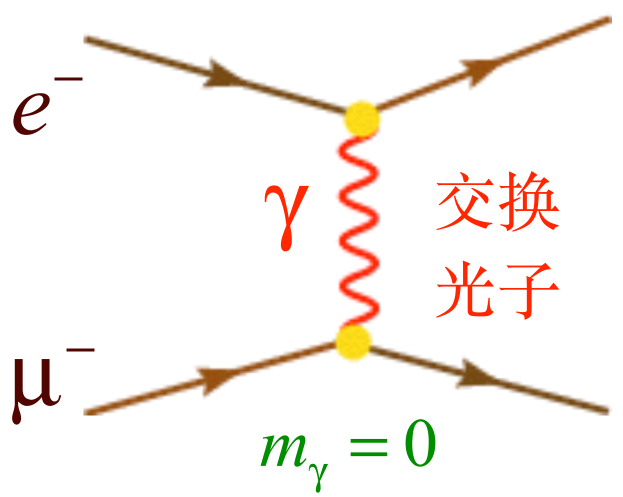
⇓

理论预言



弱电相互作用统一

电磁相互作用（QED）



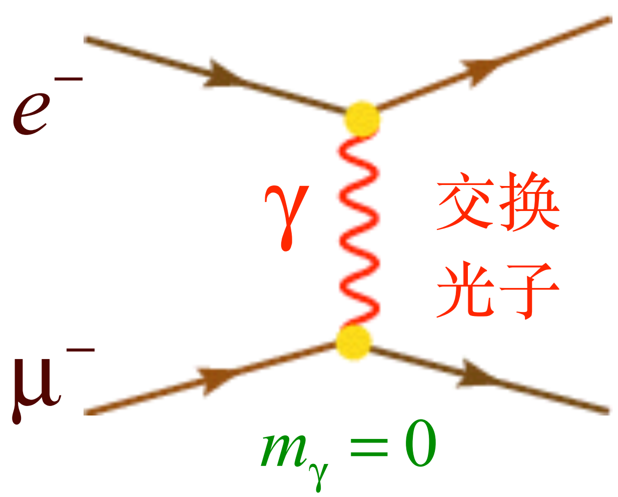
Beta 衰变（Weak）

费米理论
（四费米子模型）

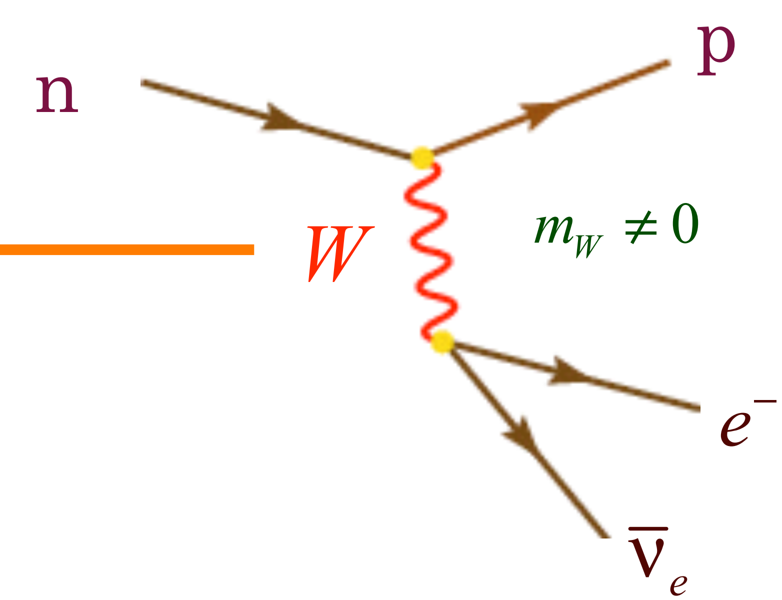
（理论不自洽，在高能散射极限下破坏幺正性.）

弱电相互作用统一

电磁相互作用(QED)



Beta 衰变(Weak)



高能区的自洽理论，
微扰论也适用

代价：

1) $W^\pm$ 必须存在 1983
2) 最简单模型还要求有质量的电中性的 Z^0 1983

全新的弱荷守恒的相互作用理论 1973

$\Rightarrow$ $SU(2)\times U(1)$

标准模型的希格斯机制

电弱理论的两个疑难:

- 电弱对称性破缺的起源　　$(M_W = 80\ \text{GeV},\ M_Z = 91\ \text{GeV})$

- 味对称性破缺的起源　　(夸克和轻子质量差异悬殊)

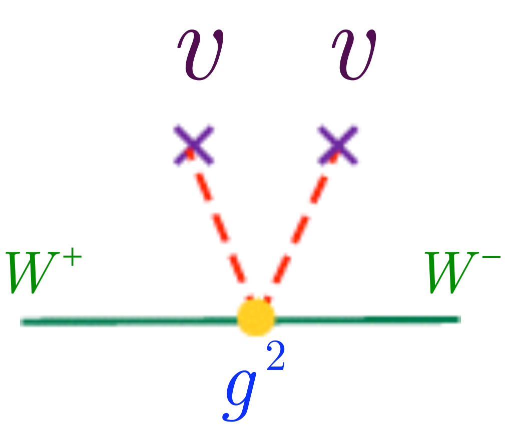
在标准模型中，这两种对称性破缺是通过引入一个基本的标量场（希格斯玻色子）来实现：

$$\Phi = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}\phi_1 + i\phi_2 \\ \phi_3 + i\phi_4\end{pmatrix}$$

- 产生 M_W 和 M_Z

$$\mathcal{L}_\Phi = (D_\mu\Phi)^\dagger (D^\mu\Phi) - \mu^2\Phi^\dagger\Phi + \lambda\left(\Phi^\dagger\Phi\right)^2$$

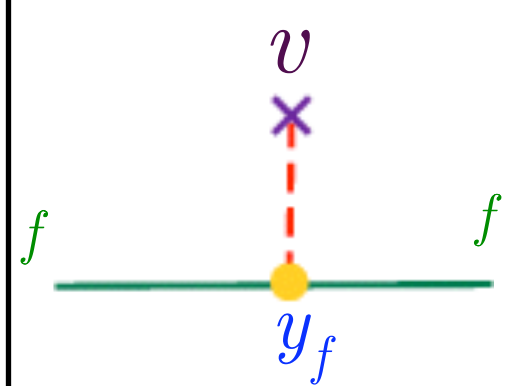
$$\langle\Phi\rangle_{\min} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}0 \\ v\end{pmatrix}$$



$$\Rightarrow\quad M_W = \frac{1}{2}gv$$

- 产生 m_f

$$y_f \overline{F}_L \Phi f_R + h.c.$$



$$\Rightarrow\quad m_f = y_f \frac{v}{\sqrt{2}}$$

标准模型的自由参数

$$SU(3)_{\text{color}} \times SU(2)_{\text{Left}} \times U(1)_{\text{Hypercharge}}$$

g_3, g_2, g_1
λ, μ

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_S, \alpha_{\text{em}}, \theta_{\text{Weak mixing}} \\ V\,(\text{vacuum expectation value}) \\ m_H\,(\text{Higgs Boson mass}) \end{array} \right\}$$

This set can be traded by

$\alpha_S, \alpha_{\text{em}}, G_F, m_Z, m_H$

(3) 轻子质量

(e, μ, τ) m_ν's=0

(6) 夸克质量

(u, d, s, c, b, t)

夸克的弱相互作用本征态和质量本征态之间的混合 → 3个混合角和1个相位

CP破坏

(1) 强CP相位

→ 总共19个自由参数。
迄今为止，所有物理实验数据都和标准模型预言相符。

To include neutrino masses (suggested by Neutrino Oscillation data) in the SM

- For Dirac Neutrinos

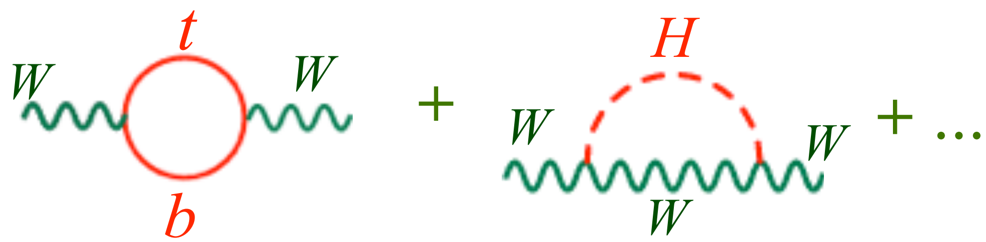
→ Add 3 masses and
3 mixing angles with
1 CP violation phase

- For Majorana Neutrinos

→ Add 3 masses and
3 mixing angles with
3 CP violation phase

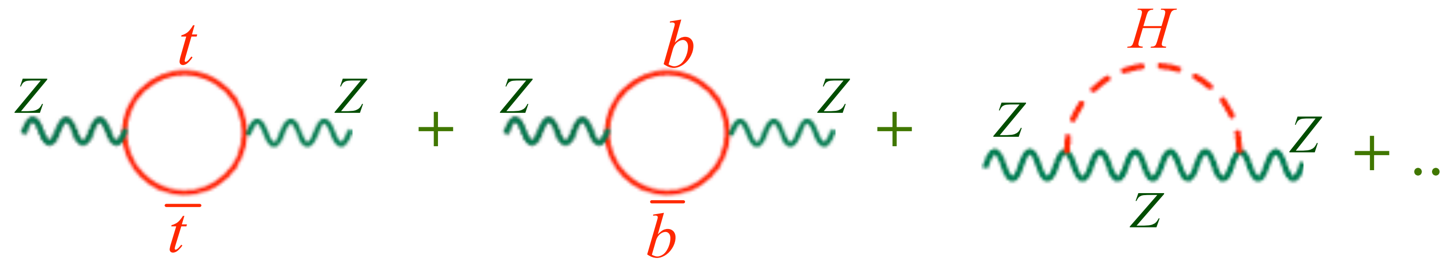
圈图量子辐射修正示例

1) $m_W \sim$

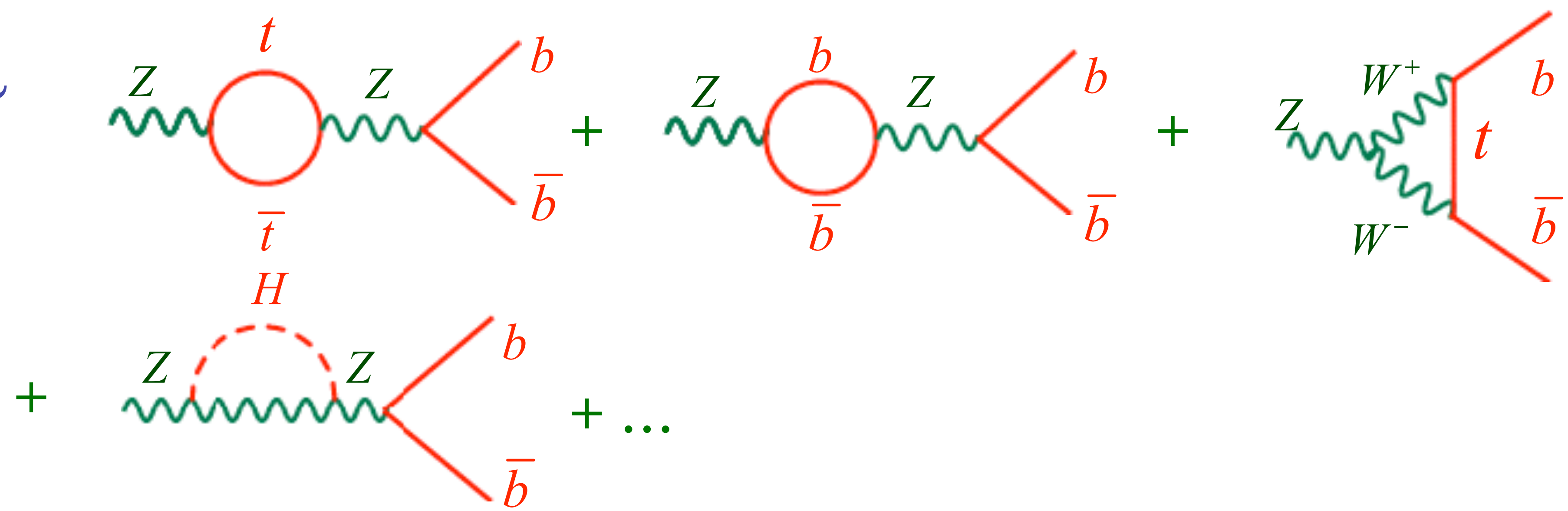


对所有
中间态
求和

$m_Z \sim$

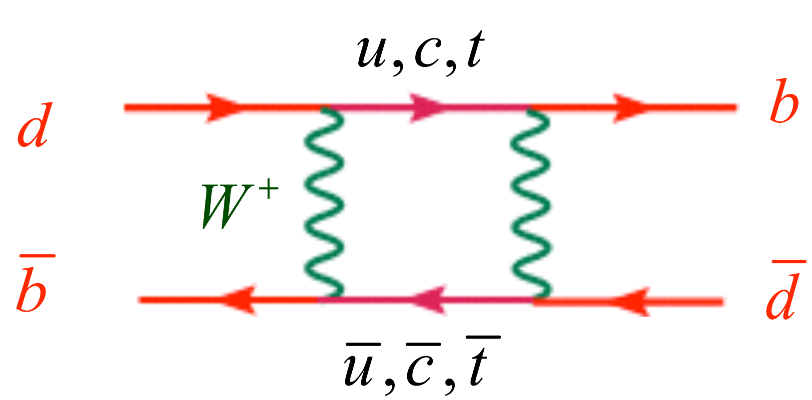


2) $\Gamma_{Z \to b\bar{b}} \sim$



3) $B_d - \bar{B}_d$ 混合

B^0

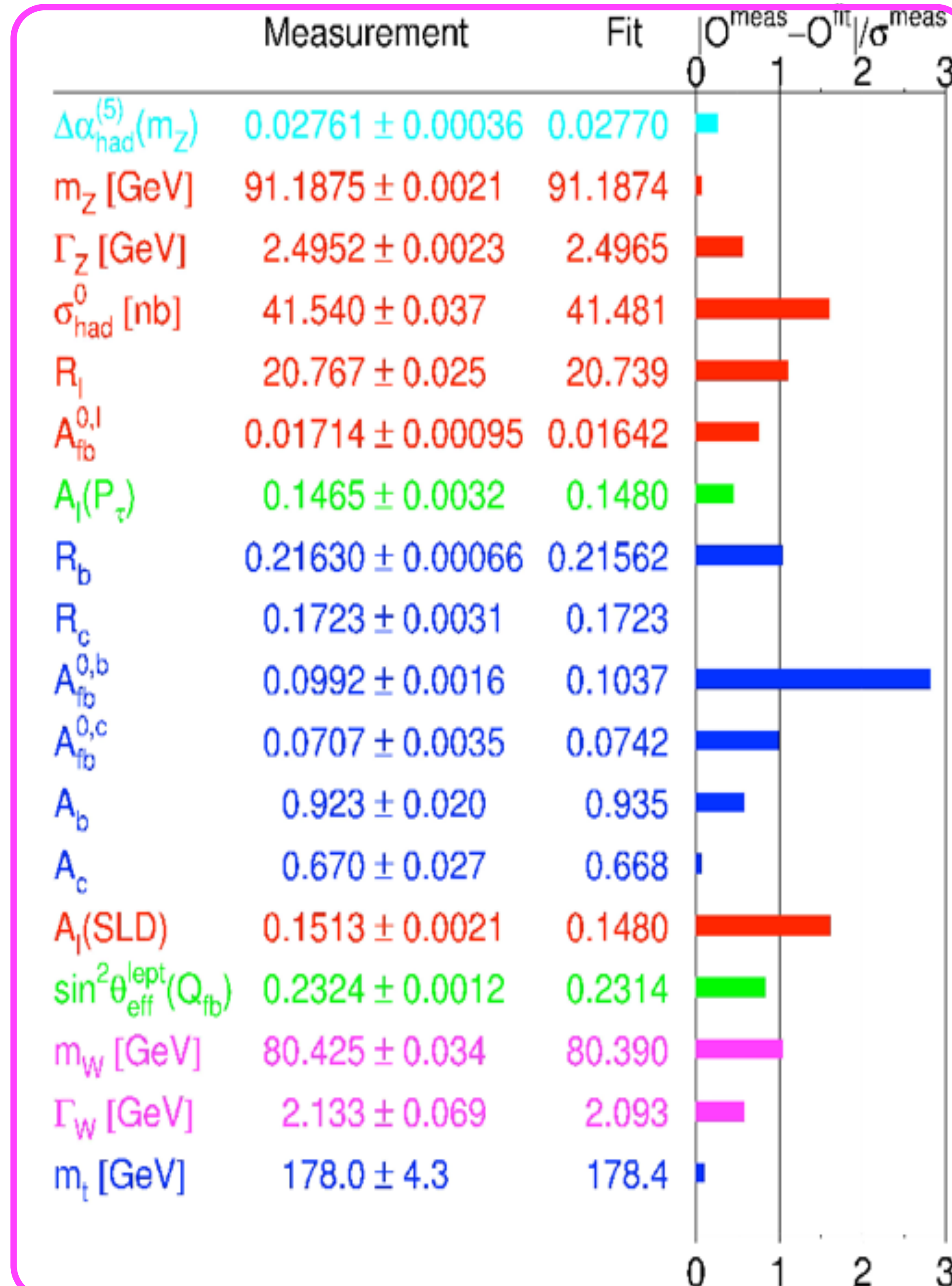


$\bar{B}^0$

标准模型的精确测量

研究可以精确观测的诸电弱物理量，对比理论预言和具体的实验测量值

- 标准模型的电弱部分已经在**量子辐射级别上**被检验
- 标准模型的自洽性通过比较**直接的观测物理量**和**各个理论输入参数**来获得
- 可以限制超出标准模型之外的新物理模型的参数空间.



标准模型的
“丑陋之处”

粒子物理的标准模型

1) 物质场

		电荷(Q)	弱同位旋(T_3)	轻子数(L_e)	重子数(B)
轻子	$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L$	0 -1	$1/2$ $-1/2$	1 1	0 0
				strong isospin	重子数
夸克	$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_{red}$	$2/3$ $-1/3$	$1/2$ $-1/2$	$1/2$ $-1/2$	$1/3$ $1/3$
	$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_{green}$				
	$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_{blue}$				

EM charge $Q = \underset{\text{弱同位旋}}{T_3} + \frac{1}{2}(\underset{\substack{\text{重子数} \\ (1/3 \text{ for each quark})}}{B} - \underset{\text{轻子数}}{L})$

希格斯
(复数标量场)

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^0 \\ \phi^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}(H + v + i\phi^0) \\ i\phi^- \end{pmatrix}$$

粒子物理的标准模型

2) 规范场 (spin-1)

		mass	charge
光子	γ	0	0
	Z^0	91.18GeV	0
	$W^\pm$	80.4GeV	± 1
胶子	G^c	0	0

U(1)群Gauge boson B_μ 和 SU(2)群规范玻色子 W_μ^3 的混合态

(1+3 = 4 生成元)

$c = 1, 2, \cdots, 8$ (8种颜色)

规范玻色子的个数等于对称群生成元的数目

SU(n)群有 (n^2-1) 个生成元

标准模型对称性 $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$

$3^2-1=8$ $\quad 2^2-1=3 \quad 1$

$$Q = T_3 + \frac{1}{2}Y$$

粒子物理的标准模型

3) 相互作用

$$U(1)_Y$$

$$\underset{a=1,2,3}{\overset{SU(2)}{W^a}} \downarrow \begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix} \begin{matrix} \circlearrowleft B \\ \circlearrowleft B \end{matrix}$$

Electro-weak int.

$$\begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_W & -\sin\theta_W \\ \sin\theta_W & \cos\theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu^3 \end{pmatrix}$$

θ_W : weak mixing angle

$$SU(3)$$

$$SU(2)\downarrow \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_{red} \qquad SU(2)\downarrow \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_{green} \qquad SU(2)\downarrow \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_{blue} \qquad \begin{matrix} \circlearrowleft U(1) \\ \circlearrowleft U(1) \end{matrix}$$

$$SU(3)$$

弱电相互作用并不改变色

强相互作用并不改变味

粒子物理的标准模型

4) 右手费米子

	Q	T_3	L_e	B
$\cancel{(\nu_e)_R}$	0	0	1	0
$(e^-)_R$	-1	0	1	0
$(u)_R$, red, green, blue	$2/3$	0	0	$1/3$
$(d)_R$, red, green, blue	$-1/3$	0	0	$1/3$

$R \equiv$ right-handed $\qquad u_R \equiv \frac{1}{2}(1+\gamma_5)\,u$

$L \equiv$ left-handed $\qquad u_L \equiv \frac{1}{2}(1-\gamma_5)\,u$

粒子物理的标准模型

5) 三代

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}_L \qquad \cancel{(\nu_e)_R} \quad (e^-)_R \quad \cancel{(\nu_\mu)_R} \quad (\mu^-)_R \quad \cancel{(\nu_\tau)_R}, \quad (\tau^-)_R$$

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L \quad \text{with 3 colors}$$

$$u_R \quad d_R \quad c_R \quad s_R \quad t_R \quad b_R$$

*) 标准模型的拉氏量

$$SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$$

在标准模型中，三代费米子之间不存在直接相互作用，但通过CKM矩阵可以

(弱相互作用本征态 ≠ 质量本征态)

下面我们仅考虑一代费米子

粒子物理的标准模型

1) 为使费米子的 kinetic 项变为规范不变

$$\bar{\psi} i\gamma^\mu \partial_\mu \psi \longrightarrow \bar{\psi} i\gamma^\mu D_\mu \psi$$

规范协变导数

$$D_\mu = \mathbb{1}\partial_\mu - \underbrace{i g_1 \frac{Y\mathbb{1}}{2} B_\mu}_{} - \underbrace{i g_2 \frac{\tau^j}{2} W_\mu^j}_{} - \underbrace{i g_3 \frac{\lambda^a}{2} G_\mu^a}_{}$$

$a = 1, 2, \cdots, 8$

$j = 1, 2, 3$

作用在所有场上
(场具有各自超荷)

$\begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix}_L$ $\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L$

e_R u_R d_R

和 重

仅作用于
SU(2) 二重态上

$\begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix}_L$ $\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L$

和 重

Electroweak

作用于带色粒子
如夸克 $\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L$ u_R d_R

并不作用在轻子

和 重

QCD

$g_s = g_3$, $\alpha_s = \frac{g_s^2}{4\pi}$

因为 QCD 仅仅作用于带色粒子，所以下面我们将 QCD 和 $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ 弱电理论分开讨论。

例如，对于 u 夸克，相互作用拉氏量为

$$\bar{u}^j i\gamma^\mu \left(\partial_\mu \delta_j^k - i g_s \frac{(\lambda^a)_j^k}{2} G_\mu^a\right) u_k$$

$j, k = 1, 2, 3$ 标记 u-quark 的色指标

$a = 1, 2, \cdots, 8$ 标记不同颜色的胶子

2) 标准模型的电弱相互作用中，夸克的颜色必须相同，因为电弱相互作用并不作用在色空间。

3) 场的电荷和弱同位旋 T_{3L} 和超荷 Y 相关联

$$Q = T_{3L} + \frac{Y}{2}$$

注意："不同"场的 T_{3L} 和 Y 量子数不同

（不同手征性质的场应被视作为不同场）

	T_{3L}	Y	Q
$\begin{pmatrix} \nu \\ e^- \end{pmatrix}_L$	$\frac{1}{2}$	-1	0
	$-\frac{1}{2}$	-1	-1
e_R	0	-2	-1
$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$
	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$
u_R	0	$\frac{4}{3}$	$\frac{2}{3}$
d_R	0	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$
$\Phi = \begin{pmatrix} \frac{v+H+i\phi^0}{\sqrt{2}} \\ i\phi^- \end{pmatrix}$	$\frac{1}{2}$	-1	0
	$-\frac{1}{2}$	-1	-1

colored objects $\begin{pmatrix} r \\ g \\ b \end{pmatrix}_{SU(3)}$

$$e_L \equiv \frac{1}{2}(1-\gamma_5)e$$

$$\overline{e}_L = (e_L)^+\gamma_0$$
$$= \left(\frac{1}{2}(1-\gamma_5)e\right)^+\gamma_0$$
$$= e^+\frac{1}{2}(1-\gamma_5)\gamma^0$$
$$= e^+\gamma^0\frac{1}{2}(1+\gamma_5)$$
$$= \overline{e}\,\frac{1}{2}(1+\gamma_5)$$

4) 左手轻子的规范相互作用

$$(\bar{\nu}_L \ \ \bar{e}_L)\, i\gamma^\mu \left(\mathbb{1}\partial_\mu - i g_1 \frac{Y}{2}\mathbb{1} B_\mu - i g_2 \frac{\tau^j}{2} W_\mu^j \right) \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix}$$

$$= (\bar{\nu}_L, \bar{e}_L)\, i\gamma^\mu \left[\begin{pmatrix} \partial_\mu & 0 \\ 0 & \partial_\mu \end{pmatrix} - i g_1 \frac{(-1)}{2} \begin{pmatrix} B_\mu & 0 \\ 0 & B_\mu \end{pmatrix} - \frac{i g_2}{2} \begin{pmatrix} W_\mu^3 & W_\mu^1 - i W_\mu^2 \\ W_\mu^1 + i W_\mu^2 & -W_\mu^3 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix}$$

$$= \bar{\nu}_L i\gamma^\mu \partial_\mu \nu_L + \bar{e}_L i\gamma^\mu \partial_\mu e_L$$

$$+ (\bar{\nu}_L \ \ \bar{e}_L)\, i\gamma^\mu \left[-\frac{i}{2} \begin{pmatrix} g_1(-1)B_\mu & 0 \\ 0 & g_1(-1)B_\mu \end{pmatrix} - \frac{i}{2} \begin{pmatrix} g_2 W_\mu^3 & g_2(W_\mu^1 - i W_\mu^2) \\ g_2(W_\mu^1 + i W_\mu^2) & -g_2 W_\mu^3 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix}$$

$$= \bar{\nu}_L i\gamma^\mu \partial_\mu \nu_L + \bar{e}_L i\gamma^\mu \partial_\mu e_L$$

$$+ (\bar{\nu}_L \ \ \bar{e}_L)\, i\gamma^\mu \left(\frac{-i}{2}\right) \begin{bmatrix} g_1(-1)B_\mu + g_2 W_\mu^3 & g_2(W_\mu^1 - i W_\mu^2) \\ g_2(W_\mu^1 + i W_\mu^2) & g_2(-1)B_\mu - g_2 W_\mu^3 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix}$$

5) 右手轻子的规范相互作用

$$\overline{e_R}\, i\gamma^\mu \left(\partial_\mu - i g_1 \frac{Y}{2} B_\mu\right) e_R$$

$$= \overline{e_R}\, i\gamma^\mu \left(\partial_\mu - i g_1 \frac{(-2)}{2} B_\mu\right) e_R$$

$$= \overline{e_R}\, i\gamma^\mu \partial_\mu e_R + \overline{e_R}\, i\gamma^\mu \left(\frac{-i}{2}\right)\left(g_1 (-2) B_\mu\right) e_R$$

4) + 5) :

$P_L^2 = P_L$, $P_R^2 = P_R$, $P_L P_R = 0$

$\{\gamma_\mu, \gamma_5\} = 0$

$$e_L \equiv \frac{1}{2}(1-\gamma_5) e \quad , \quad e_R \equiv \frac{1}{2}(1+\gamma_5) e$$

$$\overline{e_L} \equiv (e_L)^\dagger \gamma^0 = \left(\frac{1}{2}(1-\gamma_5)e\right)^\dagger \gamma^0 = e^\dagger \frac{1}{2}(1-\gamma_5)\gamma^0 = e^\dagger \gamma^0 \frac{1}{2}(1+\gamma_5) = \bar{e}\,\frac{1}{2}(1+\gamma_5) = \bar{e}\, P_R$$

$$\Rightarrow \quad \overline{e_L}\, i\gamma^\mu \partial_\mu e_L = \bar{e}\,\frac{1}{2}(1+\gamma_5)\, i\gamma^\mu \frac{1}{2}(1-\gamma_5)\partial_\mu e = \bar{e}\,\frac{1}{2}(1+\gamma_5)\frac{1}{2}(1+\gamma_5)\, i\gamma^\mu \partial_\mu e$$

$$= \bar{e}\,\frac{1}{2}(1+\gamma_5)\, i\gamma^\mu \partial_\mu e \qquad (\text{或 } \overline{e_L} = \bar{e} P_R)$$

$$\overline{e_R}\, i\gamma^\mu \partial_\mu e_R = \bar{e}\,\frac{1}{2}(1-\gamma_5)\, i\gamma^\mu \partial_\mu e$$

$$\Rightarrow \quad \overline{e_L}\, i\gamma^\mu \partial_\mu e_L + \overline{e_R}\, i\gamma^\mu \partial_\mu e_R = \bar{e}\, i\gamma^\mu \partial_\mu e$$

6) 规范场

定义 $W_\mu^+ \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 - iW_\mu^2)$

$W_\mu^- \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 + iW_\mu^2)$

$$\begin{pmatrix} W_1 \\ W_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ i & -i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W^+ \\ W^- \end{pmatrix}$$

和中性矢量规范玻色子

$$\begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_W & -\sin\theta_W \\ \sin\theta_W & \cos\theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix}$$

θ_W 是弱混合角

即 $$\begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_\theta & S_\theta \\ -S_\theta & C_\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix}$$

$S_\theta \equiv \sin\theta_W$

$C_\theta \equiv \cos\theta_W$

$$(\bar{\nu}_L \ \ \bar{e}_L)\, i\gamma^\mu \left(\mathbb{1}\partial_\mu - ig_1\frac{Y}{2}\mathbb{1}B_\mu - ig_2\frac{\tau^j}{2}W_\mu^j\right)\begin{pmatrix}\nu_L\\ e_L\end{pmatrix}$$

$$= \bar{\nu}_L i\gamma^\mu\partial_\mu \nu_L + \bar{e}_L i\gamma^\mu\partial_\mu e_L$$

$$+ (\bar{\nu}_L \ \ \bar{e}_L)\, i\gamma^\mu\left(\frac{-i}{2}\right)\begin{bmatrix} g_1(-1)B_\mu + g_2W_\mu^3 & g_2(W_\mu^1 - iW_\mu^2) \\ g_2(W_\mu^1 + iW_\mu^2) & g_2(-1)B_\mu - g_2W_\mu^3\end{bmatrix}\begin{pmatrix}\nu_L\\ e_L\end{pmatrix}$$

改写

$$\begin{pmatrix} g_1(Y)B + g_2W^3 & g_2(W^1 - iW^2) \\ g_2(W^1 + iW^2) & g_1(Y)B - g_2W^3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_1(Y)B + g_2W^3 & g_2\sqrt{2}W^+ \\ g\sqrt{2}W^- & g_1(Y)B - g_2W^3\end{pmatrix}$$

其中 $\underline{g_1YB + g_2W^3} = g_1Y(-S_\theta Z + C_\theta A) + g_2(C_\theta Z + S_\theta A)$

$$= (-g_1YS_\theta + g_2C_\theta)Z + (g_1YC_\theta + g_2S_\theta)A$$

7) 规范场和中微子相互作用

$$\bar{\nu}_L\, i\gamma^\mu \left(-\frac{i}{2}\right)\left(g_1(-1)B_\mu + g_2 W_\mu^3\right)\nu_L$$

$$= \bar{\nu}_L\, i\gamma^\mu\left(-\frac{i}{2}\right)\left(-g_1(-1)S_\theta + g_2 C_\theta\right)Z_\mu \nu_L + \underbrace{\bar{\nu}_L\, i\gamma^\mu\left(-\frac{i}{2}\right)\left(g_1(-1)C_\theta + g_2 S_\theta\right)A_\mu \nu_L}_{=0}$$

$$= \bar{\nu}_L\gamma^\mu \frac{1}{2} g_2\left(\frac{S_\theta^2}{C_\theta} + C_\theta\right)Z_\mu \nu_L$$

因为中微子没有电荷，所以它和光子之间无相互作用

$$= \bar{\nu}\gamma^\mu \frac{1}{2} g_2 \frac{S_\theta^2 + C_\theta^2}{C_\theta}\,\frac{1}{2}(1-\gamma_5)\nu Z_\mu$$

$$\Rightarrow g_1(-1)C_\theta + g_2 S_\theta = 0$$

$$= \underbrace{\frac{g_2}{4C_\theta} Z_\mu \bar{\nu}\gamma^\mu(1-\gamma_5)\nu}_{\text{中微子同Z玻色子相互作用}}$$

$$\Rightarrow g_1 = g_2\frac{S_\theta}{C_\theta} = g_2 \tan\theta$$

$\sin^2\theta_W \sim 0.23$, $\tan\theta_W \sim 0.55$

8) 此外，$g_1 Y B - g_2 W^3 = (-g_1 Y S_\theta - g_2 C_\theta) Z + (g_1 Y C_\theta - g_2 S_\theta) A$

$$= g_2 \left(-Y \frac{S_\theta^2}{C_\theta} - C_\theta\right) Z + g_2 (Y S_\theta - S_\theta) A$$

$$g_1 Y B = g_1 Y (-S_\theta Z + C_\theta A)$$

$$= g_2 \left(-Y \frac{S_\theta^2}{C_\theta} Z + Y S_\theta A\right)$$

9) 荷电轻子的规范相互作用　　$Y(e_L) = -1,\ Y(e_R) = -2$

$$\overline{e_L}\, i\gamma^\mu\left(-\frac{i}{2}\right)\left(g_1(-1)B_\mu - g_2 W^3_\mu\right)e_L + \overline{e_R}\, i\gamma^\mu\left(\frac{-i}{2}\right)\left(g_1(-2)B_\mu\right)e_R$$

$$= \overline{e_L}\,\gamma^\mu\left(\frac{1}{2}\right)\left(+g_2\frac{s_\theta^2 - c_\theta^2}{c_\theta} Z_\mu - 2g\, s_\theta A_\mu\right)e_L$$

$$+ \overline{e_R}\,\gamma^\mu\left(\frac{1}{2}\right) g_2\left(\frac{2s_\theta^2}{c_\theta} Z_\mu - 2 s_\theta A_\mu\right)e_R$$

$$= -g_2 s_\theta A_\mu\left(\overline{e_L}\gamma^\mu e_L + \overline{e_R}\gamma^\mu e_R\right)$$

$$+ \frac{g_2}{2c_\theta} Z_\mu\left(\overline{e_L}\gamma^\mu(-1+2s_\theta^2)e_L + \overline{e_R}\gamma^\mu(2s_\theta^2)e_R\right)$$

$$= -g_2 s_\theta A_\mu \bar{e}\gamma^\mu e + \frac{g_2}{4c_\theta} Z_\mu\left[\bar{e}\gamma^\mu(-1+2s_\theta^2)(1-\gamma_5)e + \bar{e}\gamma^\mu(2s_\theta^2)(1+\gamma_5)e\right]$$

$$= \underbrace{-g_2 s_\theta}_{\text{这应该是电子电荷}} A_\mu \bar{e}\gamma^\mu e + \frac{g_2}{4c_\theta} Z_\mu \bar{e}\gamma^\mu\left[(-1+2s_\theta^2)(1-\gamma_5) + (2s_\theta^2)(1+\gamma_5)\right]e$$

$g_2 s_\theta = e$

(10) 带电流相互作用

$$\overline{\nu_L}\, i\gamma^\mu \left(\frac{-i}{2}\right) g_2 \sqrt{2}\, W_\mu^+ e_L + \overline{e_L}\, i\gamma^\mu \left(\frac{-i}{2}\right) g_2 \sqrt{2}\, W_\mu^- \nu_L$$

$$= \frac{g}{2\sqrt{2}} W_\mu^+ \bar{\nu} \gamma^\mu (1-\gamma_5) e + \frac{g}{2\sqrt{2}} W_\mu^- \bar{e} \gamma^\mu (1-\gamma_5) \nu$$

仅有左手带电流相互作用，没有右手带电流

- 带电弱流具有 V−A 结构

$$W^+ \bar{\nu} \gamma^\mu (1-\gamma_5) e + h.c.$$

Vector V : γ^μ

Axial Vector A : $\gamma^\mu \gamma^5$

总结: the gauge invariant kinetic terms give

$$\mathcal{L}_{fk} = \bar{\nu}_L i\not{\partial}\nu_L + \bar{e}i\not{\partial}e \qquad \longleftarrow \text{kinetic terms}$$

$$+\frac{g_2}{2\sqrt{2}}W_\mu^+\bar{\nu}\gamma^\mu(1-\gamma_5)e + \frac{g_2}{2\sqrt{2}}W_\mu^-\bar{e}\gamma^\mu(1-\gamma_5)\nu \qquad \longleftarrow \text{charge currents}$$

$$+\frac{g}{4C_\theta}Z_\mu\bar{\nu}\gamma^\mu(1-\gamma_5)\nu \qquad \longleftarrow \text{Neutral currents}$$

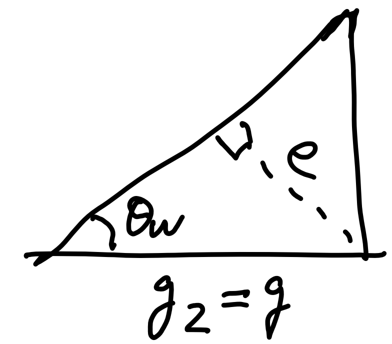
$$+ g S_\theta \underbrace{(-1)}_{Q} A_\mu \bar{e}\gamma^\mu e + \frac{g}{4C_\theta}Z_\mu\bar{e}\gamma^\mu\left[\underbrace{(-1+2S_\theta^2)}_{2(T_3-QS_\theta^2)}(1-\gamma_5) + \underbrace{(2S_\theta^2)}_{-2QS_\theta^2}(1+\gamma_5)\right]e$$

使用相应的 Q 和 T_3 $\Longrightarrow$ 夸克的弱相互作用

- 费米子的弱电规范作用仅依赖于两个参数

$$\{g, s_\theta\} \text{ 或 } \{\underset{U(1)_Y}{g_1}, \underset{SU(2)_L}{g_2}\}$$

$$\frac{g_1}{g_2} = \tan\theta_W, \quad e = g_2 s_\theta$$



$\theta_W \sim 30^\circ$

所以，"弱电统一"即为引入弱混合角 θ_W 使得两个规范耦合参数

$$(g_1, g_2) \longrightarrow (g, s_\theta) \text{ 或 } (e, s_\theta)$$

- QED 仅有矢量流，没有轴矢流作用 $A_\mu \bar{e} \gamma^\mu \gamma_5 e$。

(1) B_μ 和 W_μ^a 的 kinetic term

$$\left.\begin{aligned} \mathcal{L}_{BK} &= -\frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} - \frac{1}{4} W^a_{\mu\nu} W^{a\mu\nu} \\ B_{\mu\nu} &= \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu \\ W^a_{\mu\nu} &= \partial_\mu W^a_\nu - \partial_\nu W^a_\mu + g \varepsilon^{abc} W^b_\mu W^c_\nu \end{aligned}\right\} \begin{array}{c} W_\mu^a \text{和} B_\mu \\ \text{无质量} \end{array}$$