

2014 Autumn Semester, course for graduate student
Lecture notes: Physics of Laser-Plasma Interaction

VII. Plasma wave heating (等离子体波加热)

Bin Qiao

School of Physics

Peking University, Beijing, P. R. China

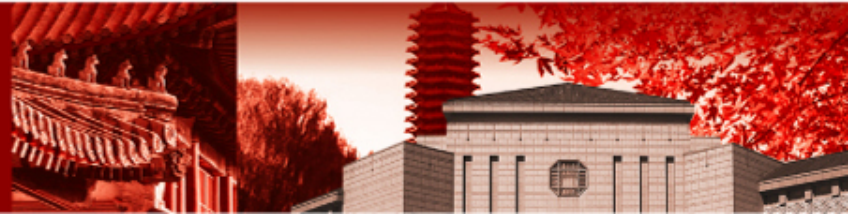
Email: bqiao@pku.edu.cn

Office: Room 544 (South), Physics Building

Tel: 62745005



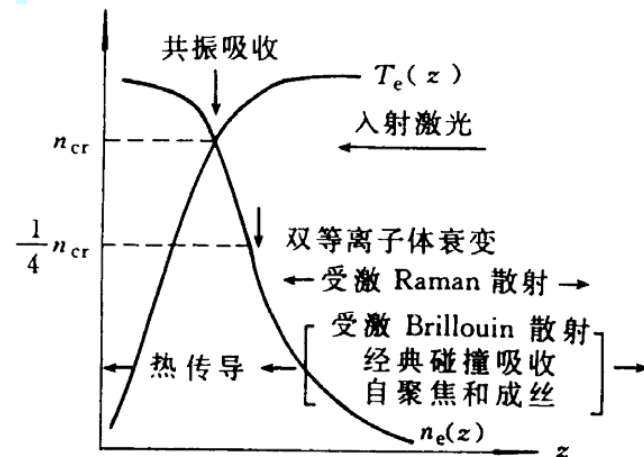
北京大学



Coupling between laser and the plasma oscillators

表-1 激光等离子体中的主要相互作用过程

不稳定过程	能量守恒	发生区域	后果
共振吸收	$\omega_0 = \omega_{epw}$	$\sim n_{cr}$	超热电子
受激 Brillouin 散射	$\omega_0 = \omega_s + \omega_{isw}$	$< n_{cr}$	减少激光能量沉积
受激 Raman 散射	$\omega_0 = \omega_s + \omega_{epw}$	$\leq n_{cr} / 4$	超热电子, 减少激光能量沉积
双等离子体衰变	$\omega_0 = \omega_{epw} + \omega_{epw}$	$\sim n_{cr} / 4$	超热电子
离子声衰变	$\omega_0 = \omega_{isw} + \omega_{epw}$	$\sim n_{cr}$	超热电子



为了实现高增益靶丸内爆，必须最大限度地限制超热电子的产生。

$$\omega_l = \omega_1 + \omega_2$$

$$k_l = k_1 + k_2$$

Manley-Rowe 关系式

$$\omega_{ek}^2 = \omega_{pe}^2 + 3k_{ek}^2 v_e^2$$

要耦合过程发生

$$\omega_0^2 = \omega_{pe}^2 + k_0^2 c^2$$

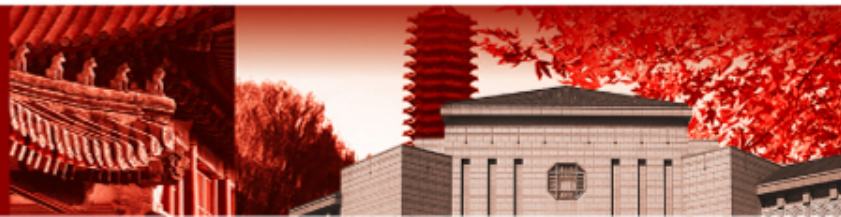
$$\omega_{is}^2 = k_{is}^2 C_s^2$$

激光强度: 10^{14} - 10^{16} W/cm²

静电波怎样被粒子阻尼？（加热） --- 线性和非线性阻尼机制



北京大学



Outline

VII.1 无碰撞阻尼—— Landau阻尼

VII.2 碰撞阻尼

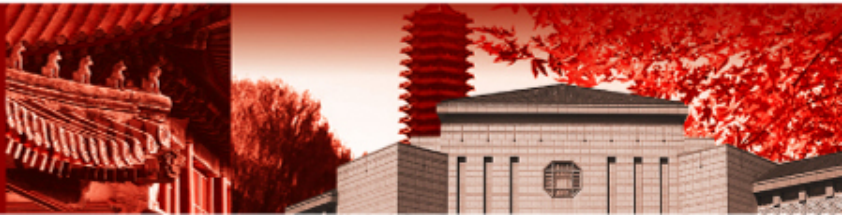
VII.3 线性理论限制——捕获 (trapping)

VII.4 电子等离子体波的波破 (wavebreaking)

VII.5 等离子体波的坍塌 (collapse)



北京大学

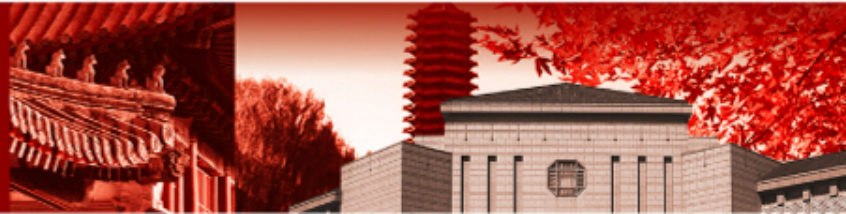


VII.1 无碰撞阻尼---Landau阻尼

(参lecturenotes-LPI-3 等离子体基本理论描述)



北京大学



Landau 阻尼(无碰撞阻尼)

无碰撞阻尼或Landau阻尼: 静电波即使是在无碰撞情况下也可以被阻尼, 这就是无碰撞阻尼或Landau阻尼。

静电波: $E \sin(kx - \omega t)$

$$v \cong \frac{\omega}{k}$$

非共振粒子: 速度远离静电波的相速度。

共振粒子: 速度接近静电波的相速度。

考虑静电波并略去磁场, 研究一维情形

粒子运动方程

$$\ddot{x} = \frac{q}{m} E \sin(kx - \omega t)$$

设

$$x = x_0 + v_0 t + x_1 + x_2,$$

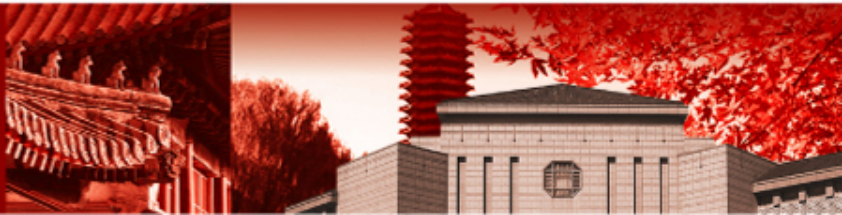
$$v = v_0 + v_1 + v_2.$$

“1”表示一级修正量 $\propto E$

“2”表示二级修正量 $\propto E^2$



北京大学



Landau 阻尼 (无碰撞阻尼)

$$\Omega = \omega - kv_0,$$

$$\dot{v}_1 = \frac{qE}{m} \sin(kx_0 - \Omega t),$$

$$\dot{v}_2 = \frac{qE}{m} kx_1 \cos(kx_0 - \Omega t).$$

$$v_1 = \frac{qE}{m\Omega} [\cos(kx_0 - \Omega t) - \cos kx_0],$$

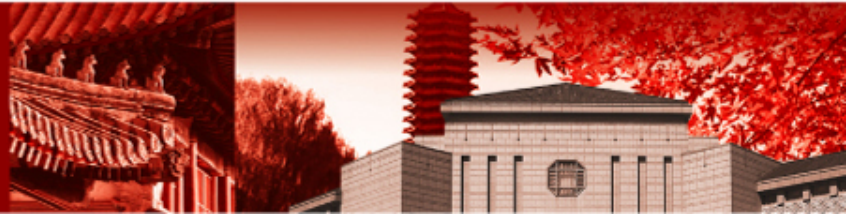
$$x_1 = -\frac{qE}{m\Omega^2} [\sin(kx_0 - \Omega t) - \sin kx_0 + \Omega t \cos kx_0].$$

将 x_1 的表式代入

$$\dot{v}_2 = -\frac{kq^2 E^2}{m^2 \Omega^2} \cos(kx_0 - \Omega t) [\sin(kx_0 - \Omega t) - \sin kx_0 + \Omega t \cos kx_0].$$



北京大学



Landau 阻尼(无碰撞阻尼)- 粒子群能量转化

由于

$$\delta(\omega - kv_0) = |k^{-1}| \delta(v_0 - \frac{\omega}{k})$$

$$\langle \delta \dot{\varepsilon}_2 \rangle = \frac{\pi q^2 E^2}{2m |k|} v_0 \frac{\partial}{\partial v_0} \delta(v_0 - \frac{\omega}{k})]$$

$$\langle \delta \dot{\varepsilon}_2 \rangle = \int dv_0 f(v_0) \langle \delta \dot{\varepsilon}_2 \rangle = -\frac{\pi q^2 E^2}{2m |k|} \frac{\omega}{k} \frac{\partial f}{\partial v} (\frac{\omega}{k})$$

“-”代表对初始速度求平均。

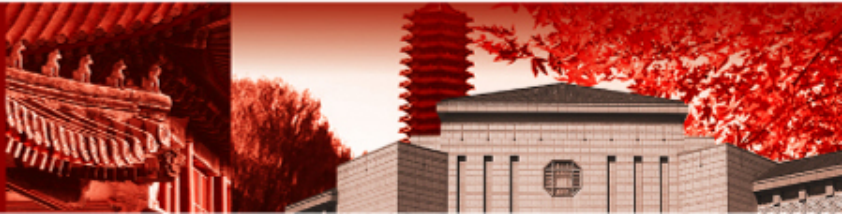
该方程描述了在无碰撞极限下波-粒子相互作用的非常重要的性质。能量变化率主要由“共振粒子”(v₀~ω/k)决定，且依赖于速度分布函数斜率在波的相速度处的值。

V₀~<ω/k 粒子获得能量

V₀~>ω/k 粒子损失能量



北京大学



Landau 阻尼(无碰撞阻尼)

电子

相互作用

Langmuir波

如果电子沿波矢 k 方向的速度分量 v_0 和波的相速度 ω/k 相近

$$v_0 \sim \omega/k$$

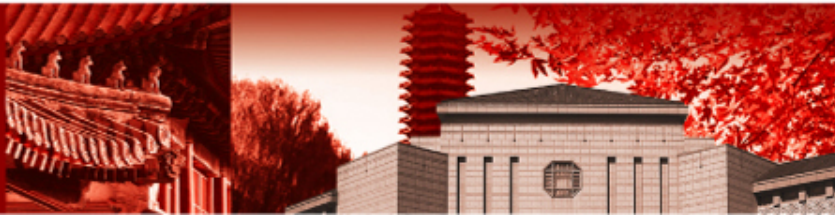
这些电子就将和波有效地相互作用。

电子得到能量 波被阻尼

电子损失能量 波将随时间增长，引起不稳定性



北京大学



Landau 阻尼(无碰撞阻尼) - Landau damping rate

从能量平衡出发

$$2\gamma \frac{E^2}{8\pi} + \langle \delta \dot{\mathcal{E}}_2 \rangle = 0$$

$$\frac{\gamma}{\omega} = \frac{\pi}{2} \frac{\omega_{pe}^2}{k^2} \frac{\partial f}{\partial v} \bar{f}\left(\frac{\omega}{k}\right), \quad f = n\bar{f}.$$

对于热速度为 v_e 的Maxwell速度分布, 有

$$\frac{\gamma}{\omega} = -\sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{\omega_{pe}^2 \omega}{|k^3| v_e^3} \exp\left(-\frac{\omega^2}{2k^2 v_e^2}\right), \quad \omega^2 = \omega_{pe}^2 + 3k^2 v_e^2.$$

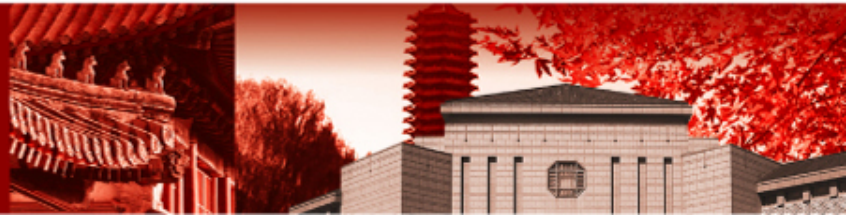
注意: $\gamma < 0$

电子等离子体波的Landau阻尼与其相速度密切相关。

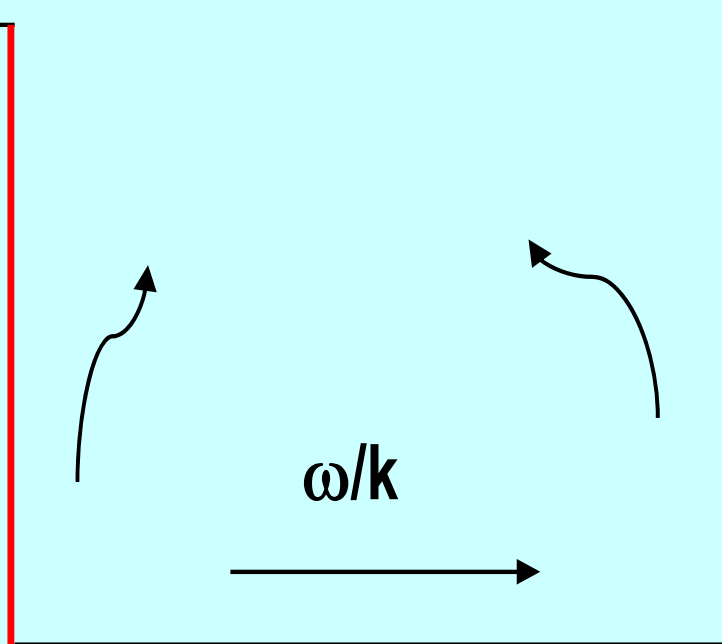
当 $\omega/k \leq 3v_e$ 即 $k\lambda_{De} \geq 0.4$ 时, Landau阻尼才很大。



北京大学



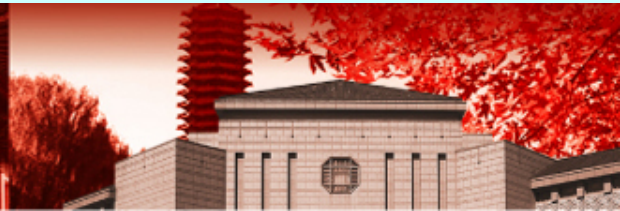
Landau 阻尼 (无碰撞阻尼)



Landau阻尼的力学类似



北京大学

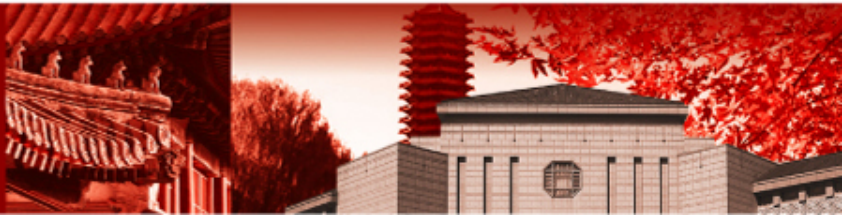


Landau 阻尼(无碰撞阻尼)

$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial t} + \bar{v} \cdot \frac{\partial f}{\partial \bar{r}} + \frac{q}{m} \bar{E} \cdot \frac{\partial f}{\partial \bar{v}} = 0 \\ \nabla \cdot \bar{E} = -\frac{e}{\epsilon_0} \iiint f d^3 \bar{v} \end{cases}$$

应用准中性假设不考虑零阶电场，将此方程进行线性化，

$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial t} + \bar{v} \cdot \frac{\partial f}{\partial \bar{r}} + \frac{q}{m} \bar{E} \cdot \frac{\partial f_0}{\partial \bar{v}} = 0 \\ \nabla \cdot \bar{E} = -\frac{e}{\epsilon_0} \iiint f d^3 \bar{v} \end{cases}$$



Landau 阻尼(无碰撞阻尼)

再进行富里叶变换，选波矢方向为 X 轴方向，有，

$$\begin{cases} f = i \frac{eE_x}{m_e} \frac{\partial f_0 / \partial v_x}{\omega - k_x v_x} \\ E_x = i \frac{e}{\epsilon_0 k_x} \iiint f d^3 \bar{v} \end{cases}$$

于是，我们得到静电波的色散方程，

$$\frac{\omega_{pe}^2}{k_x^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial \tilde{f}_0 / \partial v_x}{v_x - \omega / k_x} dv_x = 1$$

其中，

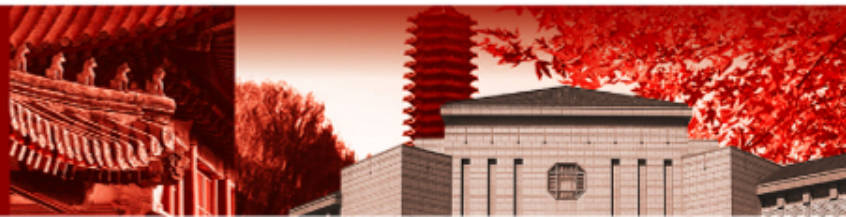
$$\tilde{f}_0 \triangleq \frac{1}{n_{e0}} \iint f_0 dv_y dv_z$$

为一维的归一化分布函数， n_{e0} 为电子密度。

色散方程的积分在 $v_x = \omega / k_x$ 处有奇点，不能直接计算。正确处理这一带有奇点的积分导致出朗道阻尼这一无碰撞、非耗散性阻尼的重要现象。



北京大学



Landau 阻尼(无碰撞阻尼)

朗道认为，对一个实际的扰动，其正确的处理方式是考虑在初始时刻给定扰动后系统的演化。应该采用与初始扰动有关的拉普拉斯(Laplace)变换，而非富里叶变换。若应用拉普拉斯变换，可以发现，

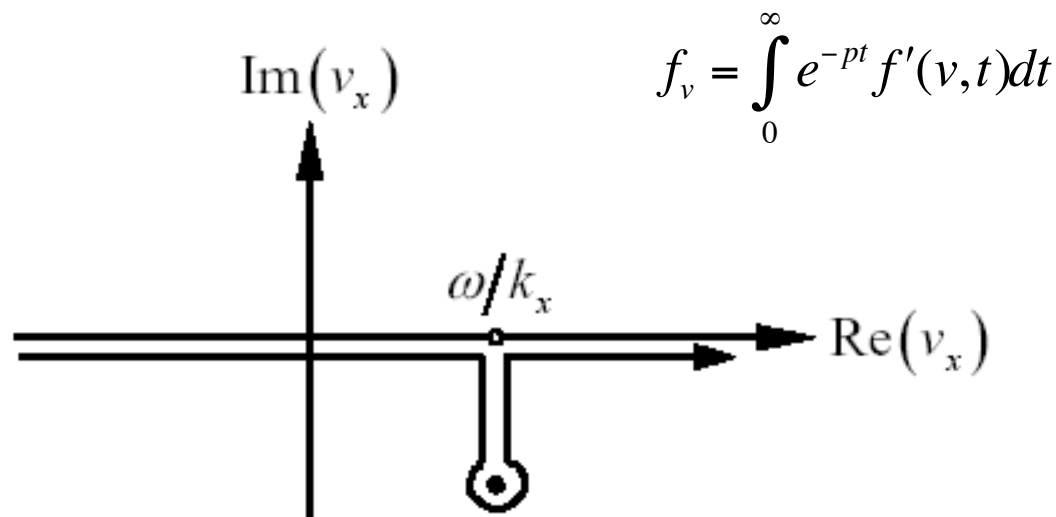
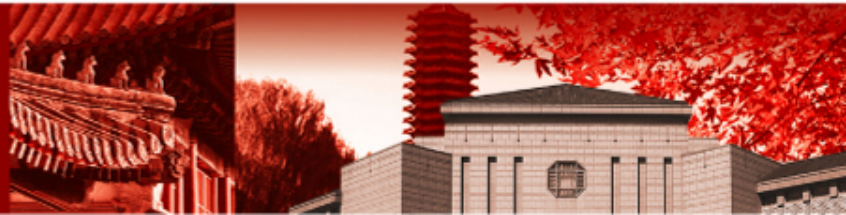


图 6.6 朗道路径

若将富里叶变换给出的色散关系中的频率理解成复数，积分在复平面上进行，同时积分路径包含低于奇点处通过的沿实轴的曲线，则结果是一致的，如图 6.6 所示。这一积分路径称为朗道路径。



Landau 阻尼(无碰撞阻尼)

若波的相速度足够大，上式积分内函数可以按 $k_x v_x / \omega$ 进行小量展开，保留到二次项，有

$$\left\langle (v_x - \omega/k_x)^{-2} \right\rangle \approx \frac{k_x^2}{\omega^2} \left(1 + \frac{3k_x^2 \langle v_x^2 \rangle}{\omega^2} \right) = \frac{k_x^2}{\omega^2} \left(1 + \frac{3k_x^2 T_e}{\omega^2 m_e} \right) \quad (6-58)$$

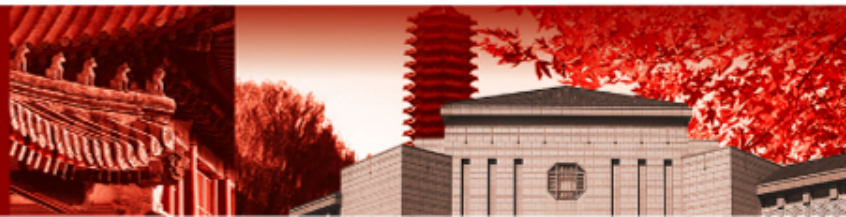
于是，色散关系的实部为，

$$1 = \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \left(1 + \frac{3k_x^2 T_e}{\omega^2 m_e} \right) \approx \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \left(1 + \frac{3k_x^2 T_e}{\omega_{pe}^2 m_e} \right) \quad (6-59)$$

与流体的结果一致。

对虚部，若认为修正量小，对实部贡献可忽略，同时系数中的频率用等离子体频率替代，结果可以得出，

$$\omega = \omega_{pe} \left(1 + \frac{3}{2} \frac{k_x^2 T_e}{\omega_{pe}^2 m_e} + i \frac{\pi}{2} \frac{\omega_{pe}^2}{k_x^2} \frac{\partial \tilde{f}_0}{\partial v_x} \Big|_{v_x = \text{Re}(\omega)/k_x} \right) \quad (6-60)$$



Landau 阻尼 (无碰撞阻尼)

这样, 若考虑弱阻尼的情况,

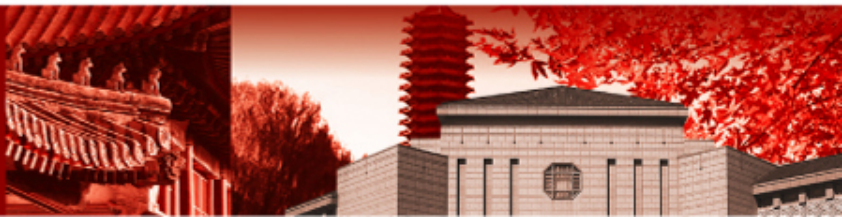
$$|\operatorname{Re}(\omega)| \gg |\operatorname{Im}(\omega)|$$

则色散方程可以写成,

$$1 = \frac{\omega_{pe}^2}{k_x^2} \left[\mathbb{P} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial \tilde{f}_0 / \partial v_x}{v_x - \omega/k_x} dv_x + i\pi \frac{\partial \tilde{f}_0}{\partial v_x} \Big|_{v_x = \omega/k_x} \right]$$

主值部分可以用分部积分,

$$\begin{aligned} \mathbb{P} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial \tilde{f}_0 / \partial v_x}{v_x - \omega/k_x} dv_x &= \frac{\partial \tilde{f}_0 / \partial v_x}{v_x - \omega/k_x} \Big|_{-\infty}^{\infty} + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\tilde{f}_0}{(v_x - \omega/k_x)^2} dv_x \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\tilde{f}_0}{(v_x - \omega/k_x)^2} dv_x = \left\langle (v_x - \omega/k_x)^{-2} \right\rangle \end{aligned}$$



Landau 阻尼(无碰撞阻尼)

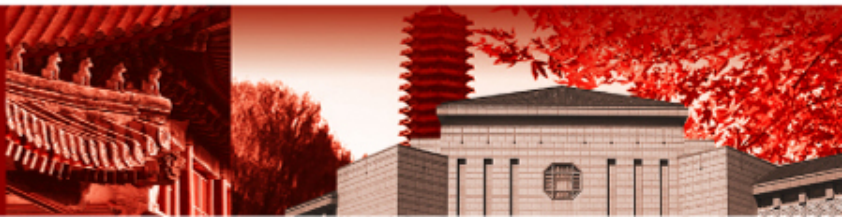
对麦克斯韦分布,

$$\frac{\partial \tilde{f}_0}{\partial v_x} = - \left(\frac{m_e}{T_e} \right)^{3/2} \frac{v_x}{(2\pi)^{1/2}} \exp \left(- \frac{m_e v_x^2}{2T_e} \right) \quad (6-61)$$

于是, 我们得到频率的虚部,

$$\gamma = - \left(\frac{\pi}{8} \right)^{1/2} \frac{\omega_{pe}}{k_x^3 \lambda_{De}^3} \exp \left(- \frac{1}{k_x^2 \lambda_{De}^2} - \frac{3}{2} \right) \approx -0.14 \frac{\omega_{pe}}{k_x^3 \lambda_{De}^3} \exp \left(- \frac{1}{k_x^2 \lambda_{De}^2} \right) \quad (6-62)$$

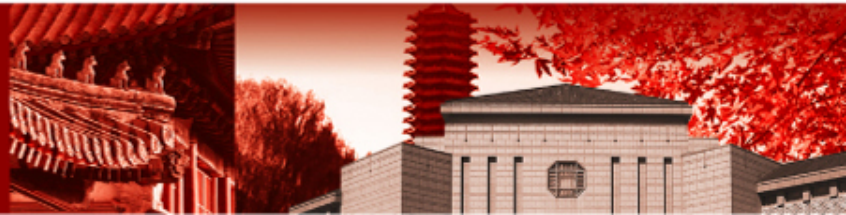
由于 $\gamma < 0$, 因而是一种阻尼效应, 这种无碰撞阻尼称为朗道阻尼。若 $k_x \lambda_{De} \ll 1$ 时, 朗道阻尼较弱, 但若 $k_x \lambda_{De} \sim 1$, 即热速度与相速度相当时, 则会出现明显的朗道阻尼。



VII.2 碰撞阻尼



北京大学



碰撞阻尼

电子等离子体波最直接阻尼机制 ----- 电子-离子碰撞

结果： 电子在电场中振荡的相干运动转化为无规的热运动

能量平衡：

$$\frac{\gamma E^2}{8\pi} = \nu_{ei} \frac{nm_e v_\omega^2}{2}, \quad v_\omega = \frac{eE}{m_e \omega}, \quad \gamma = \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \nu_{ei}$$

经典波能量阻尼率

电子离子碰撞频率

对于电子等离子体波：

$$\omega \approx \omega_{pe} \Rightarrow \gamma \approx \nu_{ei}$$

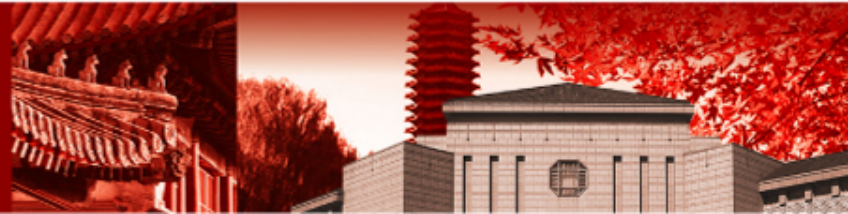
标准形式

$$\nu_{ei} = \frac{4}{3} \frac{(2\pi)^{1/2} Z_i^2 e^4 n_i \ln \Lambda}{(kT_e)^{3/2} m_e^{1/2}}$$

高斯制



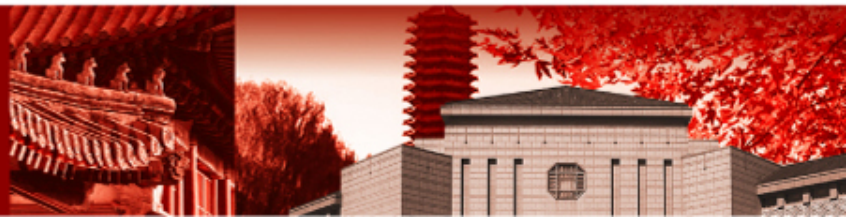
北京大学



VII.3 线性理论限制 --- 捕获(trapping)



北京大学



线性理论限制 --- 捕获(trapping)

Landau阻尼： 与碰撞无关，线性，非线性

俘获： 如果粒子在波势阱中被收集，这种现象成为俘获。

当波振幅增长到大振幅时，发生了俘获的无碰撞阻尼，波并不单调增长，随着俘获粒子在势阱中往返“跳动”，振幅出现起伏，这是非线性Landau阻尼。

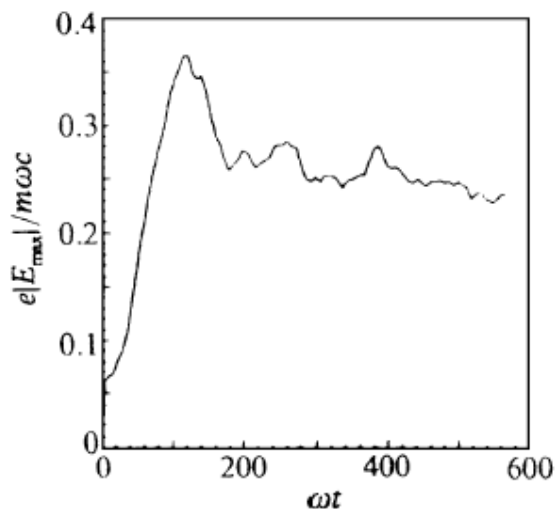
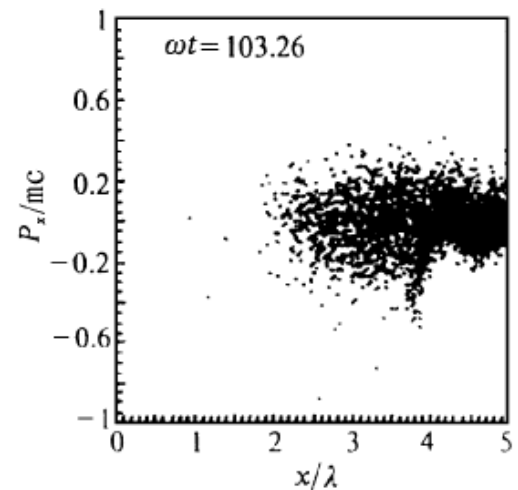


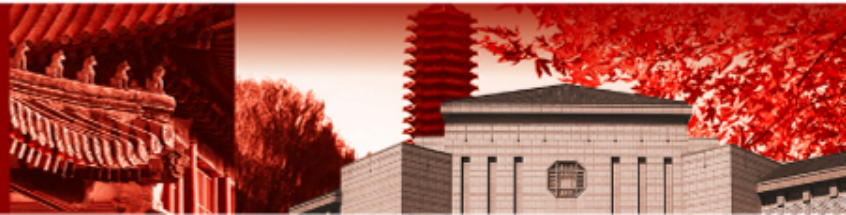
图 8 电场振幅随时间的变化



(a) $\omega t = 103.26$ 时电子在相空间 (x, P_x) 的分布



北京大学



线性理论限制 --- 捕获(trapping)

线性理论：考虑波—粒子相互作用

自由流轨道的碰撞要求： $k\delta x \ll 1$

考察 $\langle k^2 x_1^2 \rangle$

$$x_1 = -\frac{qE}{m\Omega^2} [\sin(kx_0 - \Omega t) - \sin kx_0 + \Omega t \cos kx_0].$$

$$\langle k^2 x_1^2 \rangle = \frac{k^2 e^2 E^2}{2m^2 \Omega^4} [(1 - \cos \Omega t)^2 + (\Omega t - \sin \Omega t)^2].$$

$$\Omega = \omega - kv_0,$$

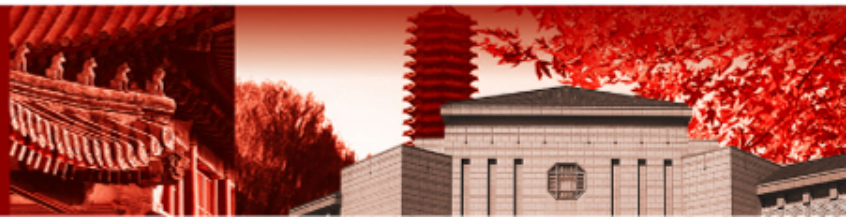
$\langle k^2 x_1^2 \rangle \ll 1$ 这个条件对共振粒子是最严格的。

对 $\Omega \sim 0$, $\langle k^2 x_1^2 \rangle \ll 1$

$$\frac{k^2 e^2 E^2}{8m^2} t^4 \ll 1.$$



北京大学



线性理论限制 --- 捕获(trapping)

定义频率 $\omega_b = \left(\frac{eEk}{m}\right)^{1/2}$

就有 $\omega_b t \ll 8^{1/4}$

从物理上看, ω_b 是一个特征频率, 电子以这个频率在波的势阱中被捕获。

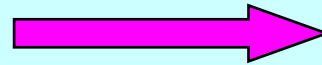
场 $E \sin(kx - \omega t)$

变换到以相速度运动的坐标系中

电子运动方程变成

$$\ddot{x} = \frac{q}{m} E \sin(kx - \omega t)$$

$$\xi = x - \frac{\omega}{k} t$$



$$\ddot{\xi} = -\frac{e}{m} E \sin k\xi$$

对于全捕获电子, $x \approx \frac{\omega}{k} t$

$k\xi$ 很小, 所以 $\sin k\xi \approx k\xi$

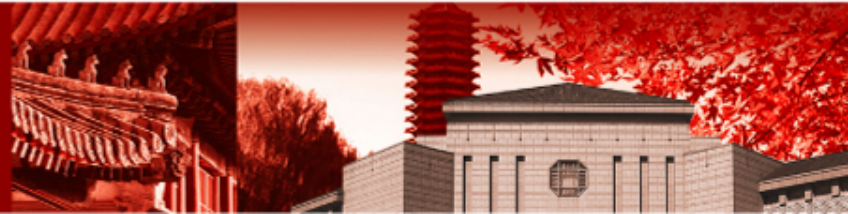
$$\ddot{\xi} = -\frac{e}{m} Ek\xi$$

谐振子

$$\omega_b = \left(\frac{ekE}{m}\right)^{1/2}$$



北京大学



线性理论限制 --- 捕获(trapping)

$$\ddot{\xi} = -\frac{e}{m} Ek\xi$$

描述了以 $\omega_b = \left(\frac{ekE}{m}\right)^{1/2}$ 频率运动的简谐运动。

线性理论:

$$\omega_b t \ll 1, \quad \gamma \gg \omega_b$$

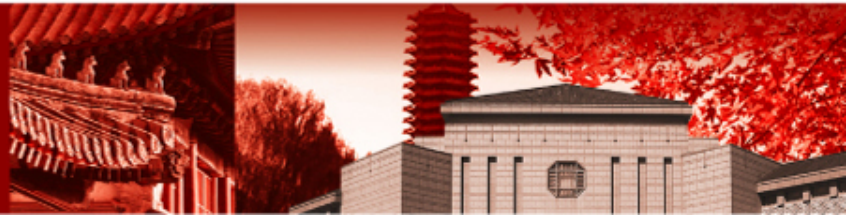
$$\gamma = \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \nu_{ei}$$

电子能够在势阱中振荡之前波就被阻尼。

如果 $\gamma \ll \omega_b$ ，电子将在静电波的时间里被捕获。因为共振粒子的运动变成周期的，所以可以预计波的振幅是振荡的，先是给粒子能量，然后又从粒子回收能量。



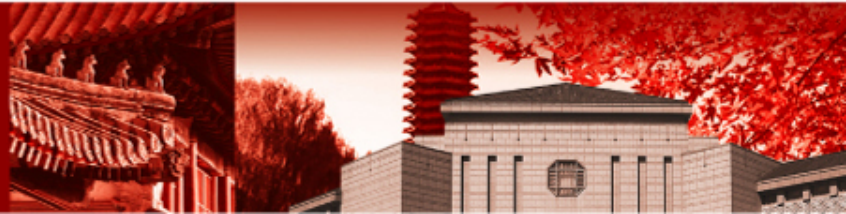
北京大学



VII.4 电子等离子体波的波破 (wavebreaking)



北京大学



电子等离子体波的波破 (wavebreaking)

- 小振幅的等离子体波，共振粒子的速度较高 共振粒子“少”
线性理论近似
- 大振幅等离子体波，电子在其中的振荡速度很大，更容易接近等离子体波的相速度 共振粒子“多”，大量的粒子和波相互作用。（初始冷的主体部分的粒子与场共振）
- 当 $\frac{eE}{m\omega} \sim \frac{\omega}{k}$ 时，粒子被电子等离子体波有效加速时，将产生很强的非线性阻尼，此时，波的振幅就被认为是冷等离子体中发生波破的振幅。

波破时：非共振粒子 变成 共振粒子

$$\omega_b = \left(\frac{ekE}{m}\right)^{1/2} = \omega$$

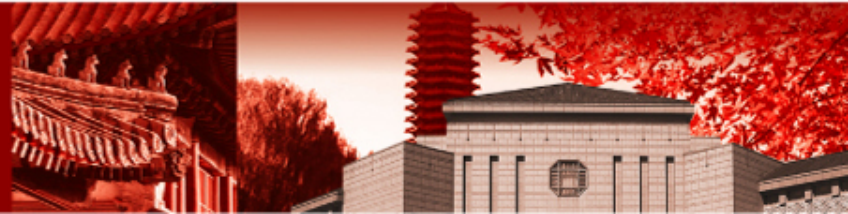
特征时间

ω_b^{-1} : 共振粒子在这个场中运动的特征时间，
波场取得能量与粒子交换发生得十分迅速。

波骤然受到阻尼



北京大学



电子等离子体波的波破 (wavebreaking)

波与粒子发生非线性共振(即强捕获)的场的振幅在热等离子体中是显著减小的

Water bag model: 波破的等离子体温度效应

用 $\pm\sqrt{3}v_e$ 之间的常速度分布代替Maxwell分布, 它和热速度为 v_e 的Maxwell分布具有相同的压力。

假设: $f_e(p, x, t) = \text{constant} \times \theta(p - p_-(x, t)) \theta(p_+(x, t) - p)$,

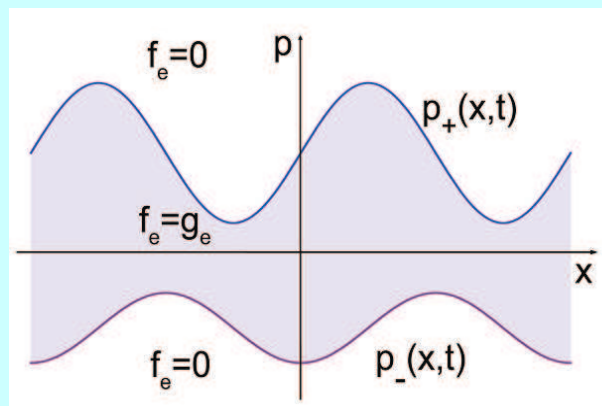
离子不动, where $\theta(x) = 0$ for $x < 1$ and $\theta(x) = 1$ for $x > 1$.

电子流体: n, u, P

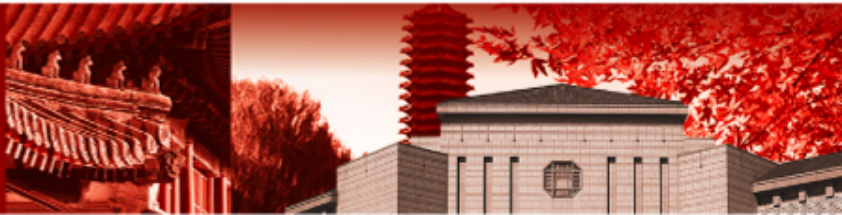
$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(nu) = 0.$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{eE}{m_e} - \frac{1}{m_e n} \frac{\partial P}{\partial x}.$$

$$\frac{P}{n^3} = \text{常数},$$



北京大学



电子等离子体波的波破 (wavebreaking)

引入 $E = -\frac{\partial\phi}{\partial x}$, 并转换坐标系 $(-v_p) \frac{\partial}{\partial t} \rightarrow 0$

$$nu = n_0 v_p,$$

$$\frac{\partial}{\partial u} \rightarrow$$

$$u^2 - \frac{2e\phi}{m_e} + 3v_e^2 \frac{n^2}{n_0^2} = v_p^2 + 3v_e^2.$$

消去n

$$\frac{2e\phi}{m_e v_p^2} = \frac{u^2}{v_p^2} - 1 - \beta + \beta \frac{v_p^2}{u^2}.$$

$$\beta = \frac{3v_e^2}{v_p^2}$$

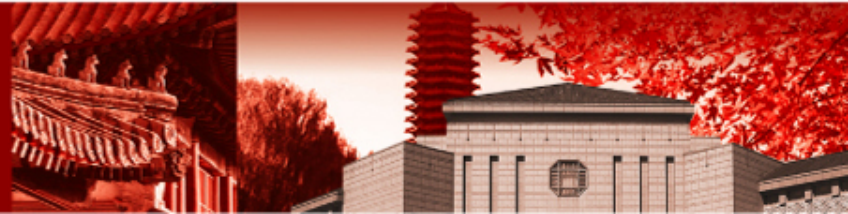
当 $\frac{u}{v_p} = \beta^{1/4}$ 时, ϕ 具有极值, 相应的势是

$$-\frac{2e\phi_{cr}}{m_e v_p^2} = (1 - \sqrt{\beta})^2.$$

这直接相应于在波坐标系中, 最快的电子的静能量为0。



北京大学



电子等离子体波的波破 (wavebreaking)

确定 E_{\max} : 考虑 Poisson 方程

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} \cdot \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = 4\pi e(n - n_0).$$

$$nu = n_0 v_p,$$

当 $\phi = \phi_{\text{cr}}$ 时, $\partial\phi/\partial x = 0$, 在波坐标系中给出

$$u^2 - \frac{2e\phi}{m_e} + 3v_e^2 \frac{n^2}{n_0^2} = v_p^2 + 3v_e^2.$$

$$\frac{\dot{\phi}^2}{2} + 4\pi [n_0 e \phi - n m_e u^2 - n_0 m_e v_e^2 \frac{n^3}{n_0^3}] = -2\pi n_0 m_e v_p^2 [(1 - \sqrt{\beta})^2 + \frac{8}{3} \beta^{1/4}].$$

当 $\phi = \phi_{\text{cr}}$ 时, $\dot{\phi} = 0$ 。当 $\phi = 0$ 时得到极大电场 $E_{\max} = -\dot{\phi}_{\max}$

$$\frac{e^2 E_{\max}^2}{m_e^2 \omega_{pe}^2 v_p^2} = 1 + 2\sqrt{\beta} - \frac{8}{3} \beta^{1/4} - \frac{\beta}{3}.$$

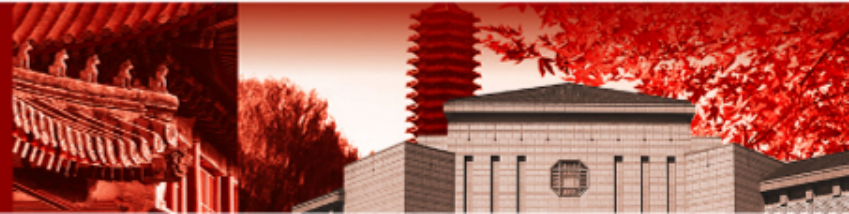
例如,

$$v_p = 5v_e, \frac{eE_{\max}}{m_e \omega_{pe} v_p} \approx 0.3.$$

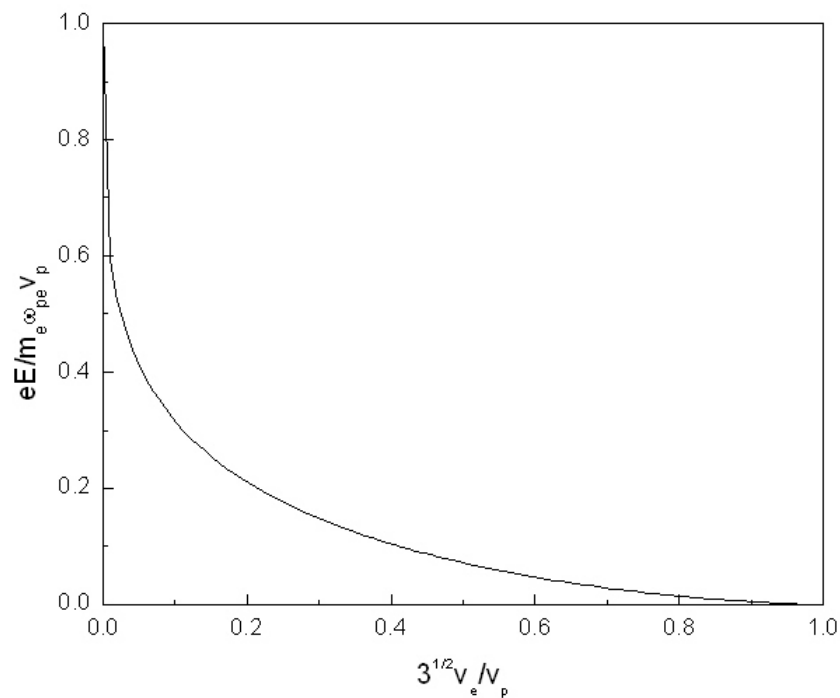
$$\frac{e^2 E_{\max}^2}{m_e^2 \omega_{pe}^2 v_p^2} = 1 \quad (\text{冷等离子体})$$



北京大学



电子等离子体波的波破 (wavebreaking)

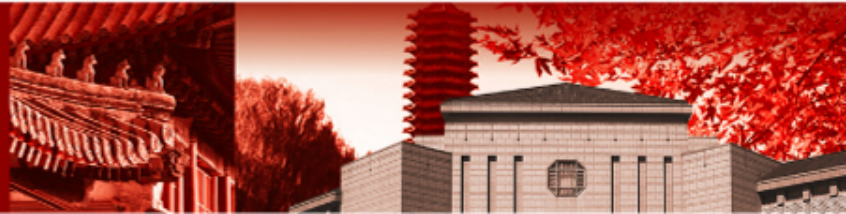


波破振幅随热速度变化

随着等离子体温度增加，极大电场有相当大的减小。



北京大学



电子等离子体波的波破 (wavebreaking)

等离子体不均匀性对波破的影响 非均匀等离子体

$$n = n_0 \left(1 + \frac{x}{L}\right).$$

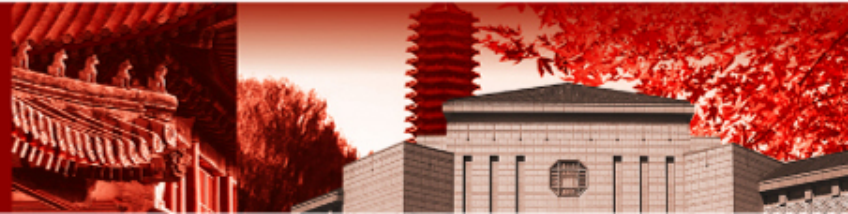
$$\omega_{pe}^2 = \omega_0^2 \left(1 + \frac{x}{L}\right).$$

由电子等离子体波的色散关系 $\omega_{ek}^2 = \omega_{pe}^2 + 3k^2 v_e^2$.

可知， k 是位置 x 的函数 $k(x)$ ，由于偏离共振点后就不满足共振条件，随着时间的推移，发生共振的区域就不断缩小，这使得哪些较长的波被阻尼掉，所以共振驱动的等离子体波相对而言波数 k 稍大，相速度稍小，所以波破的振幅减小。



北京大学



电子等离子体波的波破 (wavebreaking)



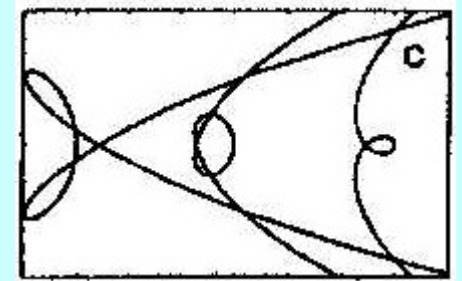
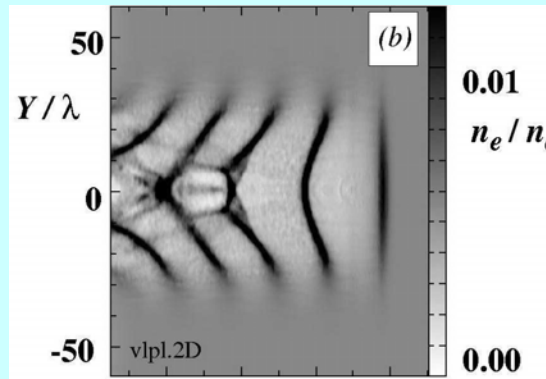
Wave breaking E-field

$$E_{wb} / E_0 = \sqrt{2(\gamma_{ph} - 1)} \propto \sqrt{\omega_L / \omega_p}$$

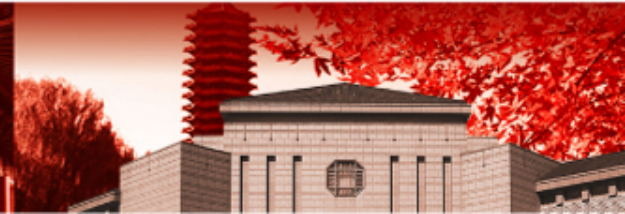
Akhieser, Polovin (1956)

2D wave breaking

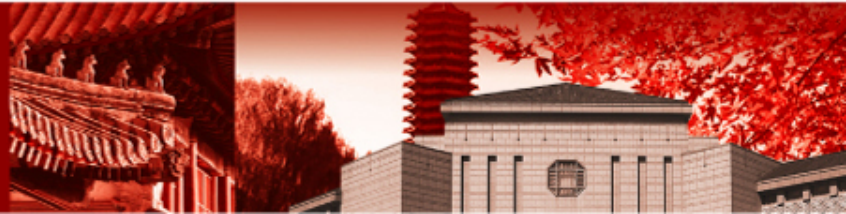
Bulanov et al.
PRL 78 (1997)



北京大学



VII.4 电子等离子体波的坍塌(collapse)

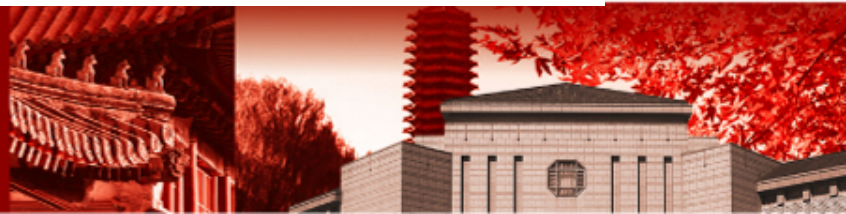


电子等离子体波的坍塌(collapse)

Langmuir波（电子等离子体波）和离子声波存在着相互作用，它可以释放一个离子声波：

$$k_l = k_r + k_i$$

如果这种作用连续发生下去，就会使Langmuir波的波长不断变长，发生长波凝聚，这种过程也叫做弱湍流。另一种Langmuir波和声波的相互作用就是所谓调制不稳定性，这种相互作用的结果是Langmuir波的空间尺度变得愈来愈短，最后导致坍塌，这种过程也称为强湍流。在调制不稳定过程中，有质动力起着很重要的作用。当Langmuir波的振幅很高时，静电场引起的有质动力会在电场强的地方将等离子体排向电场弱的地方，而同时波的空间尺度减少。这种过程的延续会使高场强区域愈来愈短，该区中的场强则愈来愈高，粒子的密度愈来愈



电子等离子体波的坍塌(collapse)

愈低，最后导致坍塌（collapse）。等离子体波坍塌的条件是 $E^2/4\pi nT_e \gg k^2 \lambda_{De}^2$ 。伴随着坍塌的是波的耗散。当静电场足够高时必然加速场中电子，电子又带动离子，结果波场的能量变成了粒子能量，因此在坍塌过程中，会产生大量高能粒子和各种波长的离子声波。这种现象称为烧毁（burn-out）。

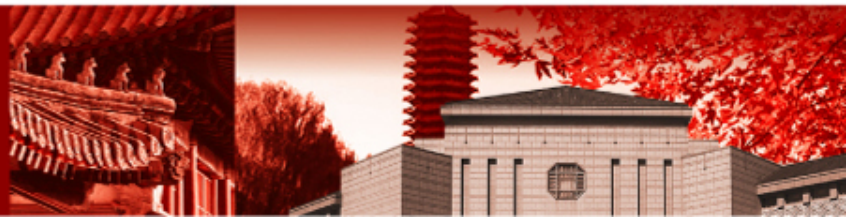
描述坍塌的简化方程是Zakharov方程。不少人研究了这一方程，方程的性质对空间维数有很强的依赖关系：在一维情况下存在孤立子解，但在二维情况会有坍塌解。

显然，强湍流现象是非常复杂的，除了需要考虑粒子密度、场强这些特征量的时空变化外，还应该包括复杂的波粒子的相互作用。因此，湍流及其有关的研究也是激光等离子体物理的一个重要方面。

强等离子体波倾向于逐渐串级到比较大的波数或者向较短定标长度塌缩是湍流的重要性质



北京大学

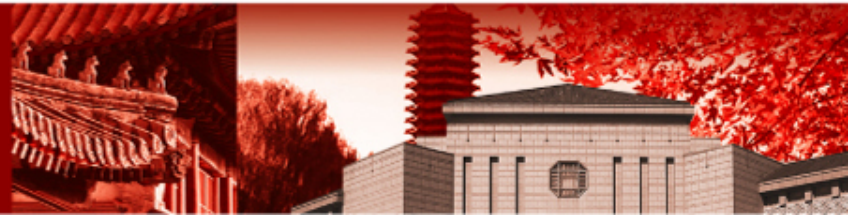


电子等离子体波的坍塌(collapse)

局部局域的强场通过有质动力排开等离子体，形成密度凹陷，它进一步局域化并强化高频振荡，在二维或三维情况下，产生的腔子(cavity)加上自洽的高频振荡继续坍塌，直到高频振荡有效的阻尼确立之前。这个Landau阻尼（或渡越时间）确定的条件是腔子的大小，为 $10\sim 20\lambda_{De}$ 的量级。



北京大学



电子等离子体波的坍塌(collapse)

电子等离子体波塌缩的理论是由Zakharov发展起来的。电子流体在高频场中的振荡速度

$$u_{eh} = \text{Re} \bar{u}_{eh}(x, t) e^{-\omega_{pe} t}$$

高频运动方程

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \omega_{pe}^2 + v_e \frac{\partial}{\partial t} - 3v_e^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) u_e^h = -\frac{4\pi e^2}{m_e} n_e^l v_{os}$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \omega_{pe}^2 + v_e \frac{\partial}{\partial t} - 3v_e^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) u_e^h = -\frac{4\pi e^2}{m_e} n_e^l v_{os}$$

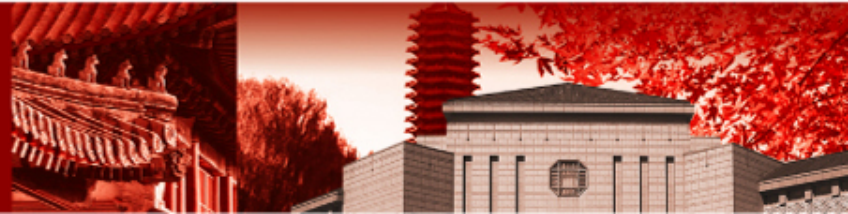
$$\Rightarrow \left(i \frac{\partial}{\partial t} + \frac{3}{2} \frac{v_e^2}{\omega_{pe}^2} \nabla^2 \right) \bar{u}_{eh} = \frac{\omega_{pe}}{2} \frac{n_{el}}{n} \bar{u}_{eh}$$

first (electrostatic) Zakharov Equation

Langmuir波的缓变振幅受到等离子体密度涨落的影响。



北京大学



电子等离子体波的坍塌(collapse)

$$\frac{\partial^2 n_e^l}{\partial t^2} + v_i \frac{\partial n_e^l}{\partial t} - C_s^2 \frac{\partial^2 n_e^l}{\partial x^2} = \omega_{pi}^2 \frac{m_e}{4\pi e^2} v_{os} \frac{\partial^2 u_e^h}{\partial x^2},$$
$$C_s^2 = \frac{ZT_e + 3T_i}{M}, \omega_{pi}^2 = \frac{4\pi n_0 e^2 Z}{M}.$$

低频密度涨落

$$\frac{\partial^2 n_e^l}{\partial t^2} + v_i \frac{\partial n_e^l}{\partial t} - C_s^2 \frac{\partial^2 n_e^l}{\partial x^2} = \omega_{pi}^2 \frac{m_e}{4\pi e^2} v_{os} \frac{\partial^2 u_e^h}{\partial x^2},$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - C_s^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) n_{el} = \frac{Zm_e}{M_i} n \frac{\partial^2 \bar{u}_{eh}}{\partial x^2},$$

second Zakharov equation

离子声波的振荡方程，由于方程右端有质动力的存在，这是一个强迫振荡方程，高频Langmuir波通过有质动力源源不断地将能量传输给低频的离子声波，形成一种自激发(self-excited)的低频密度涨落。

电子等离子体波的坍塌(collapse)

Zakharov方程:

$$\left(i \frac{\partial}{\partial t} + \frac{3}{2} \frac{v_e^2}{\omega_{pe}^2} \nabla^2\right) \bar{u}_{eh} = \frac{\omega_{pe}}{2} \frac{n_{el}}{n} \bar{u}_{eh}.$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - C_s^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right) n_{el} = \frac{Z m_e}{M_i} n \frac{\partial^2 \bar{u}_{eh}}{\partial x^2},$$

如果忽略离子惯性，即绝热近似

$$\frac{\partial}{\partial t} \sim 0$$

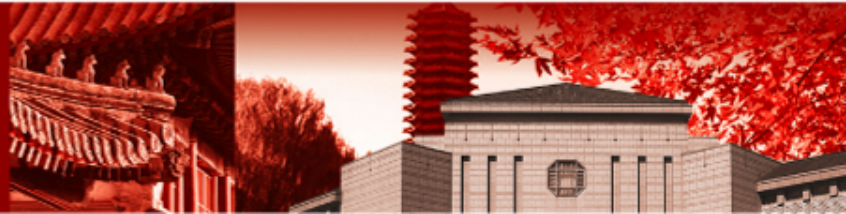
$$\frac{n_{el}}{n} = -\frac{\bar{u}_{eh}^2}{4v_e^2},$$

可以得到非线性Schrodinger方程。

$$i \frac{\partial \bar{u}_{eh}}{\partial t} + \frac{3}{2} \frac{v_e^2}{\omega_{pe}^2} \nabla^2 \bar{u}_{eh} - \frac{\omega_{pe}}{2} \frac{\bar{u}_{eh}^2}{4v_e^2} \bar{u}_{eh} = 0.$$



北京大学



电子等离子体波的坍塌(collapse)

$$i \frac{\partial \bar{u}_{eh}}{\partial t} + \frac{3}{2} \frac{v_e^2}{\omega_{pe}^2} \nabla^2 \bar{u}_{eh} - \frac{\omega_{pe}}{2} \frac{\bar{u}_{eh}^2}{4v_e^2} \bar{u}_{eh} = 0.$$

色散项, 凝聚力

非线性项, 抗凝聚的

当 \bar{u}_{eh} 的空间分布愈来愈陡时, 抗凝聚力也就愈大(色散作用)

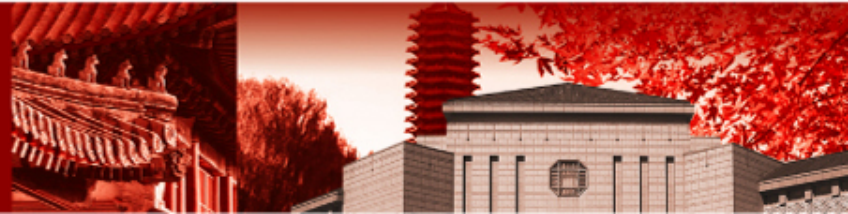
$|\bar{u}_{eh}|^2$ 越大, 凝聚愈强, 而凝聚愈厉害, 空间尺度变小, $|\bar{u}_{eh}|^2$ 就愈大

这两种力抗衡就形成孤立子。

Zakhrov方程在一维情况下存在孤立波解。



北京大学



电子等离子体波的坍塌(collapse)

但是忽略离子惯性是一个很有限制性的假设，在塌缩过程中很快就不成立了。高频电场以 γ_c 局域化，它正比于它的强度，在这种极限下，它进而正比与腔子的深度

$$\frac{\gamma_c}{\omega_{pe}} \sim \frac{\bar{u}_{eh}^2}{4v_e^2} \sim \frac{n_{el}}{n}.$$

由于密度减小引起的等离子体频率的减小 由热色散来补偿

$$k\lambda_{De}^2 \sim \frac{n_{el}}{n}$$

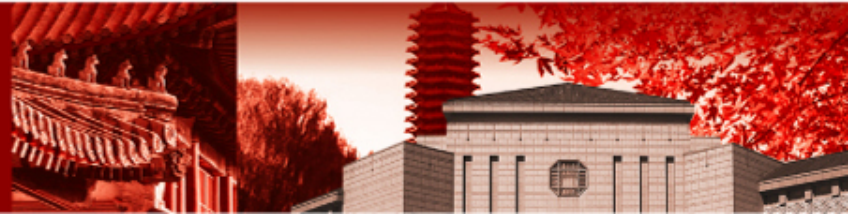
忽略离子惯性的条件是 $\gamma_c \ll kC_s$

有

$$\frac{n_{el}}{n} < \frac{Zm_e}{M_i}$$

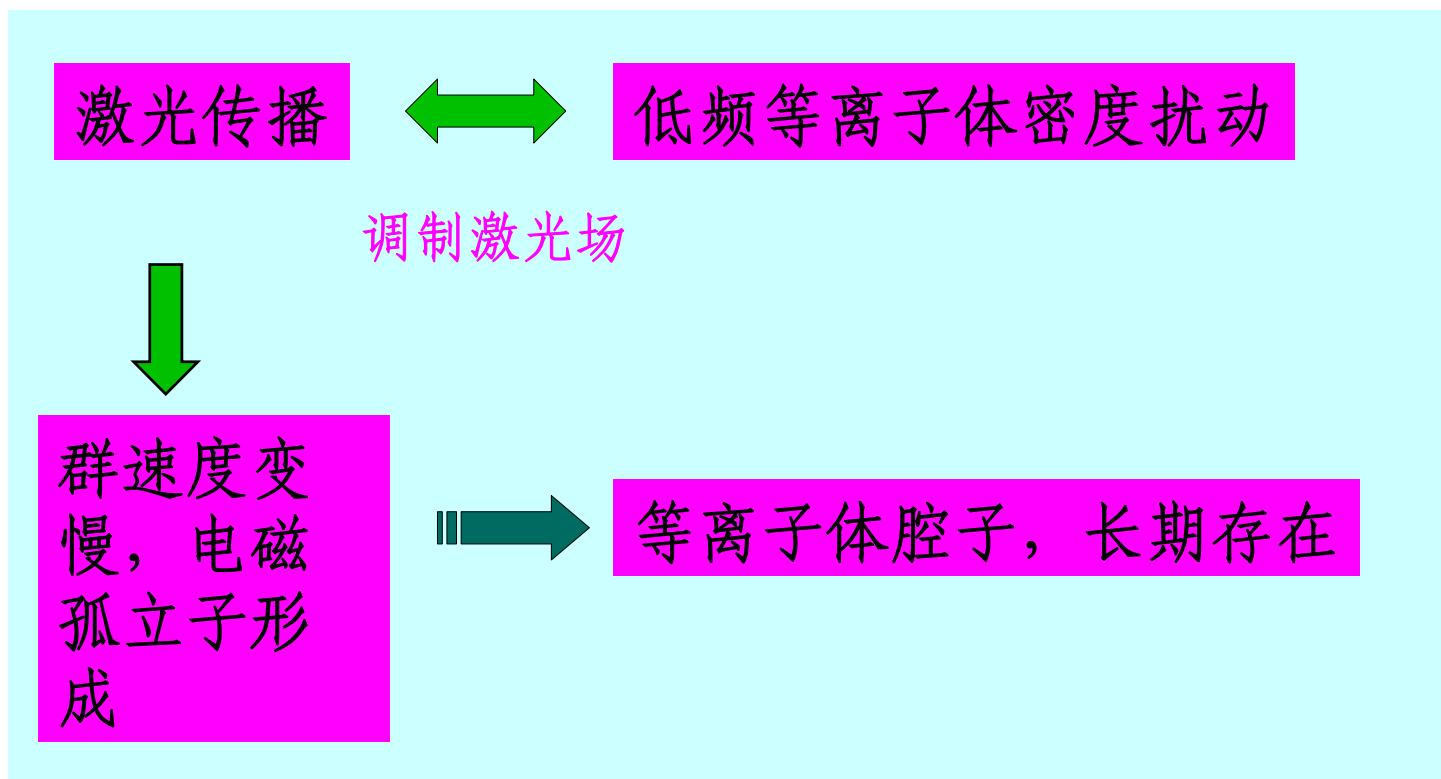


北京大学

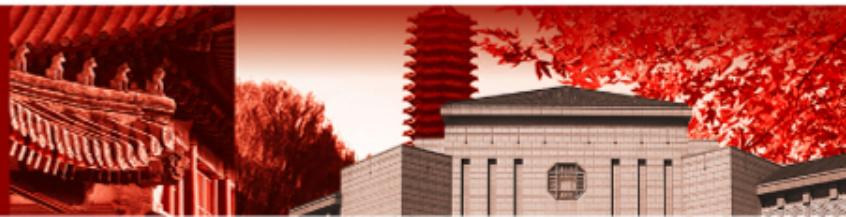


电子等离子体波的塌缩(collapse)

短脉冲强激光在稀薄等离子体中传播电磁类孤立子形成

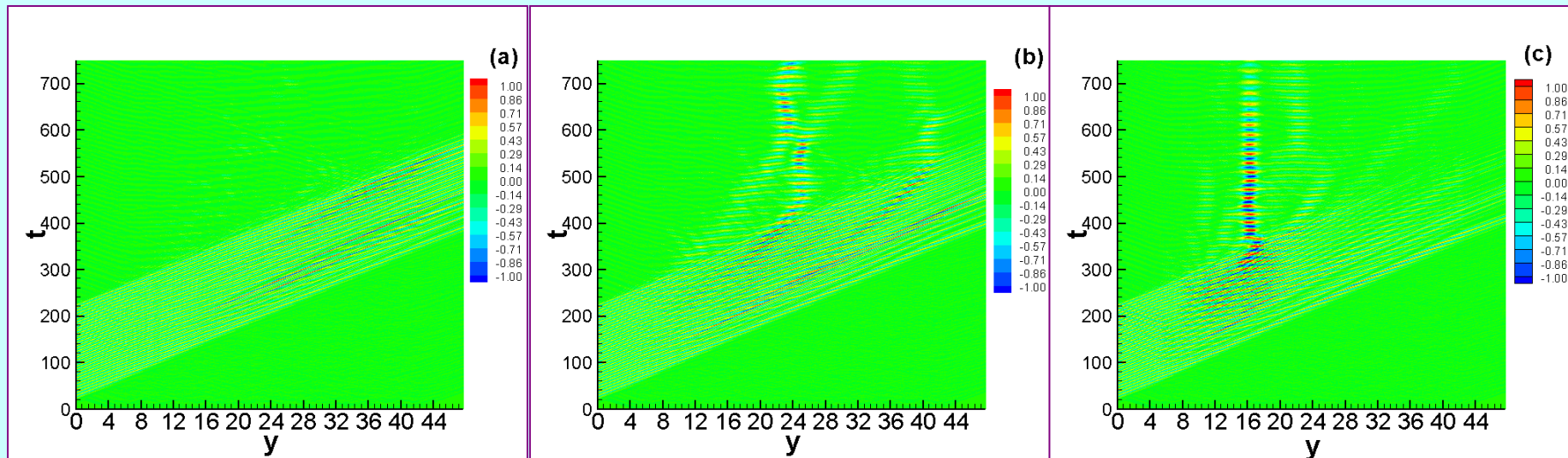


北京大学



电子等离子体波的坍塌(collapse)

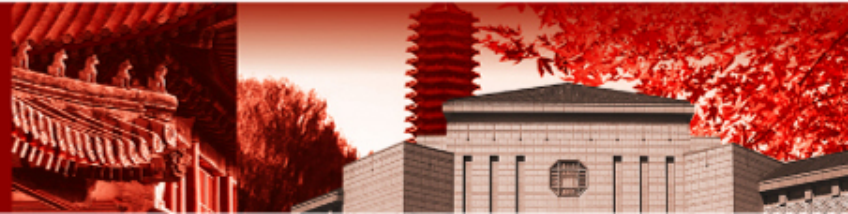
PIC模拟 类孤立子形成与等离子体密度密切相关，初始等离子体密度越高越容易形成空间局域结构，图(b)情形形成运动孤立子，图(c)形成稳定孤立波结构。



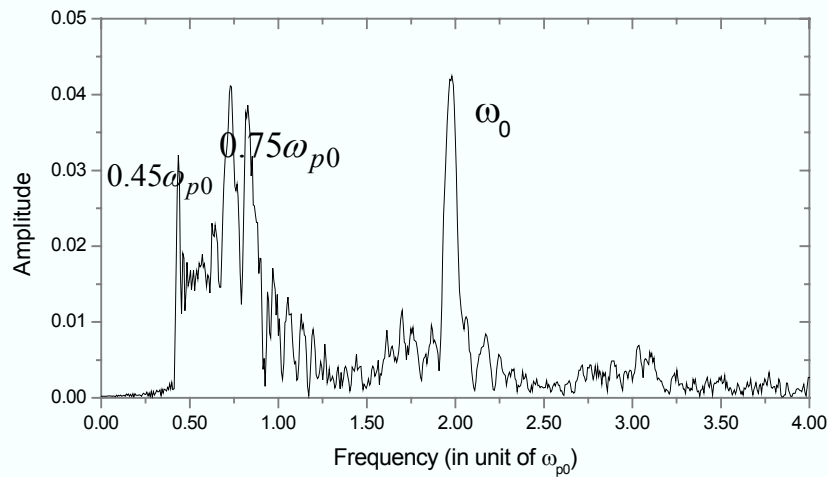
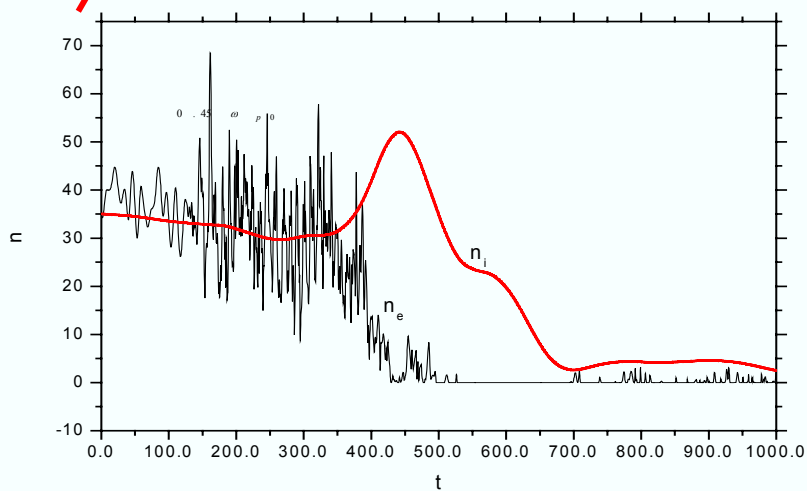
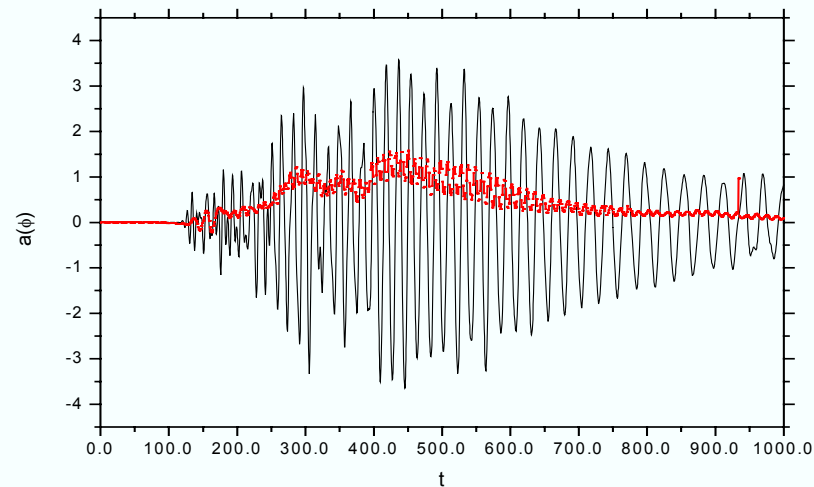
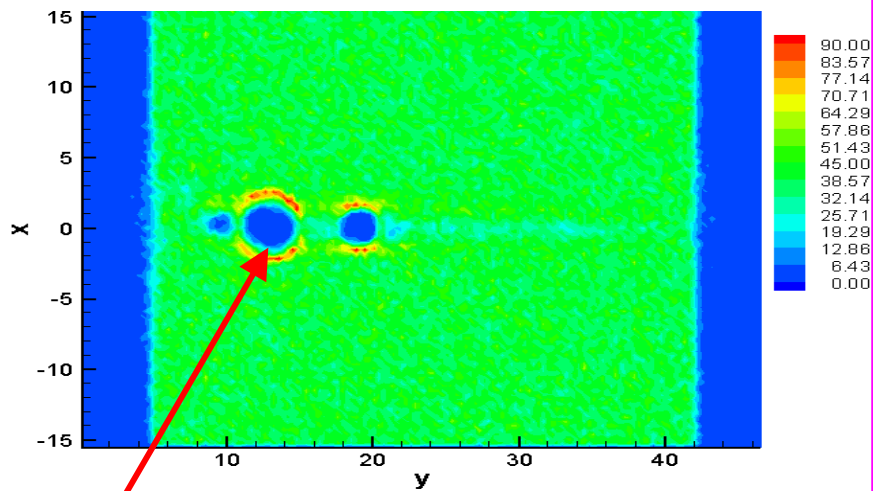
激光传播电场 E_z 在传播轴处的时空演化图， y 是激光传播方向，
(a) (b) (c) 分别对应等离子体密度 $0.16, 0.2025, 0.25n_c$



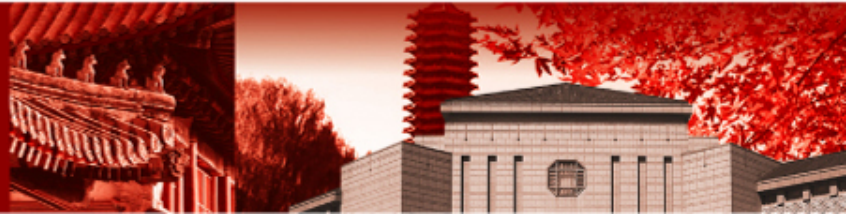
北京大学



电子等离子体波的坍塌(collapse)



北京大学



电子等离子体波的坍塌(collapse)

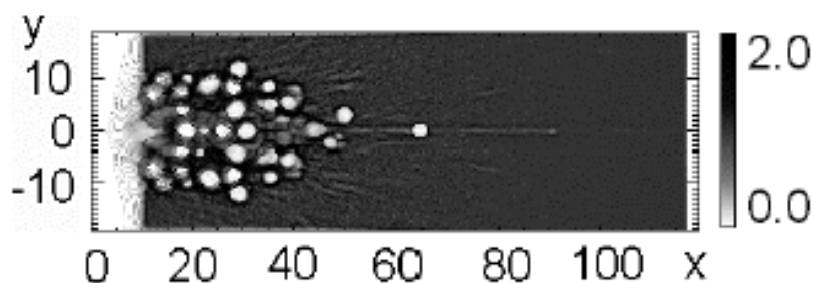


Figure 3. 2-D PIC simulation results: ion density distribution in a cloud of merging post-solitons at $t = 140$.

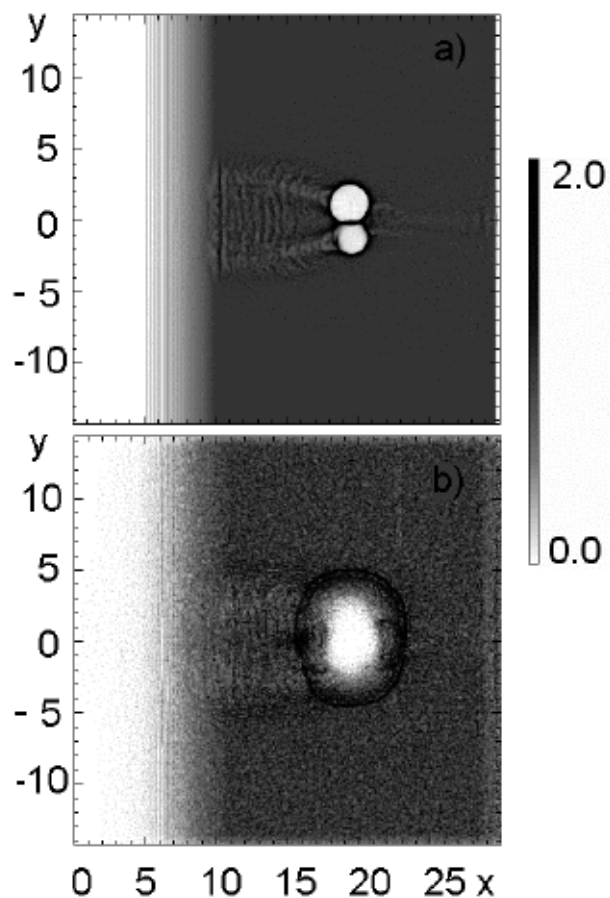
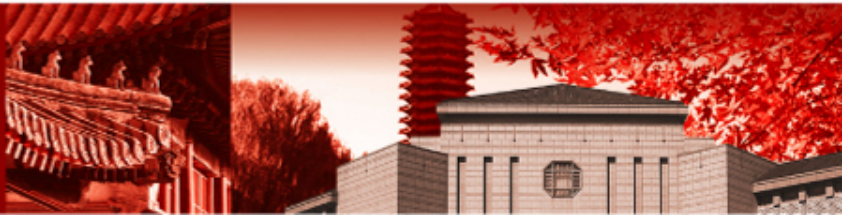


Figure 4. Ion density distributions of two merging post-solitons during (a) and after (b) the merging process, as obtained from 2-D PIC simulations, at $t=80$ and $t=480$.



北京大学



谢谢!



北京大学